УДК 624.012.46

А.Ф.ПУГАЧЕВ, канд. техн. наук
Харьковский национальный университет строительства и архитектуры

ИНЖЕНЕРНЫЙ МЕТОД ДЕФОРМАЦИОННОГО РАСЧЕТА ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ПРЯМОУГОЛЬНОГО СЕЧЕНИЯ С ОДИНАРНЫМ АРМИРОВАНИЕМ

Представлен инженерный метод деформационного расчета железобетонных элементов прямоугольного сечения с одинарным армированием, соответствующий требованиям новых украинских нормативных документов.

Представлений інженерний метод деформаційного розрахунку залізобетонних елементів прямокутного перерізу з одинарним армуванням, який відповідає вимогам нових українських нормативних документів.

The engineering method of deformation calculation of reinforce-concrete elements of rectangular section is presented with a single armature, proper the requirements of the new Ukrainian normative documents.

Ключевые слова: деформационный метод, железобетонный элемент, диаграмма деформирования, эпюра напряжений, армирование.

Расчет железобетонных конструкций в соответствии с требованиями новых украинских нормативных документов [1,2] предполагает использование деформационного метода расчета, ориентированного на применение нелинейных диаграмм деформирования сжатой зоны бетона различных классов. Указанные диаграммы аппроксимируются в нормах полиномами 5-й степени с различными коэффициентами для разных классов бетона, что вызывает необходимость использования специальных программ итерационных расчетов с задаваемой степенью точности. Такие программы расчета железобетонных конструкций с различной формой поперечных сечений в настоящее время разрабатываются и отлаживаются. В то же время весьма актуальным является вопрос разработки и использования более простых и наглядных инженерных методов деформационного расчета железобетонных конструкций для широкого применения в инженерной практике и в процессе обучения. Одну из возможностей разработки указанных методов предоставляет использование упрощенной билинейной (двухлинейной) диаграммы деформирования бетона, что указано в п. 3.1.6.1 ДБН [1].

Упрощенный вариант деформационного метода расчета железобетонных конструкций приводится, например, белорусскими авторами [4]. Однако он основан на применении линейно-параболической диаграммы деформирования бетона с использованием одинаковых для всех классов бетона деформационных характеристик ($\varepsilon_{c2} = 2\ ^0/_{00}$ и $\varepsilon_{cu} = 3.5\ ^0/_{00}$). Украинские нормативные документы [1,2] не содержат данных для линейно-параболической диаграммы и дают для каждого класса бетона свои конкретные значения деформационных характеристик $\varepsilon_{\tilde{n}3,cd}$ и $\varepsilon_{cu3,cd}$, которые рекомендуется применять при использовании двухлинейной диаграммы деформирования бетона.

Традиционное «прямое» применение билинейной диаграммы предполагает вычисление площади эпюры напряжений бетона сжатой зоны, а также расстояния между ее центром тяжести и осью растянутой арматуры («плечо внутренней пары сил»). Далее определяется высота сжатой зоны путем решения квадратного уравнения, вычисляется, на основе гипотезы плоских сечений, деформация растянутой арматуры и сравнивается с предельно допустимой. При выполнении указанного условия подбирается требуемая площадь поперечного сечения продольной растянутой арматуры. Это приводит, в общем случае, к необходимости использования «метода последовательных приближений» и к существенному увеличению времени расчета. Упростить и ускорить процесс вычислений позволяет предлагаемая методика расчета. Рассматриваемая методика может быть использована при расчете железобетонных элементов с другой формой поперечного сечения (тавровое, двутавровое и т.п.).

Большое значение при использовании билинейной диаграммы имеет безразмерный коэффициент k, который можно назвать «коэффициентом прямоугольной части эпюры напряжений». Он представляет собой отношение высоты прямоугольной части эпюры напряжений к общей высоте сжатой зоны бетона x и находится из зависимости

$$k = \frac{\varepsilon_{cu3,cd} - \varepsilon_{c3,cd}}{\varepsilon_{cu3,cd}}, \qquad (1)$$

где $\varepsilon_{cu3,cd}$ – расчетное значение предельной относительной деформации сжатия бетона для билинейной диаграммы деформирования; $\varepsilon_{\tilde{n}3,cd}$ – расчетная относительная деформация сжатия, при достижении которой бетон работает с полным расчетным сопротивлением (точка перехода наклонной ветви билинейной диаграммы в горизонтальную).

В соответствии с таблицей 3.1 ДБН [1], величина $\varepsilon_{cu3,cd}$ изменяется от 3.38 $^{0}/_{00}$ (бетон класса С 8/10) до 2.06 $^{0}/_{00}$ (класс С 50/60), а $\varepsilon_{\tilde{n}3,cd}$ – от 0.48 $^{0}/_{00}$ до 0.97$^{0}/_{00}$ (для соответствующих классов бетона).

Коэффициент β характеризует положение центра тяжести билинейной эпюры напряжений (расстояние ц.т. от верхней сжатой грани сечения $x_c = \beta \cdot x$). Он может быть выражен через коэффициент k:

$$\beta = \frac{k^2 + k + 1}{3(1+k)} \cdot \qquad (2)$$

Коэффициент $\omega_{\tilde{n}}$, называемый «коэффициентом полноты билинейной эпюры напряжений», также может быть выражен через k:

$$\omega_c = (1+k)/2 = 0.5(1+k) \cdot \qquad (3)$$

Тогда предельный изгибающий момент M_{Rd} (Н·мм), воспринимаемый сечением железобетонного элемента („несущая способность по изгибающему моменту" или „момент внутренней пары сил"), может быть записан следующим образом:

$$M_{Rd} = \omega_c \xi (1 - \beta \xi) f_{cd} b d^2 , \qquad (4)$$

где f_{cd} – расчетное значение прочности бетона на сжатие (МПа); b – ширина поперечного сечения элемента (мм); d – рабочая (полезная) высота сечения (мм); $\xi = x/d$ – относительная высота сжатой зоны бетона.

Учитывая, что по условию прочности $M_{Rd} = M_{Ed}$ (где M_{Ed} – изгибающий момент в сечении от действия внешней нагрузки), из (4) может быть получено выражение для важной расчетной характеристики изгибаемых элементов – „относительного момента" α_m:

$$\alpha_m = \frac{M_{Ed}}{f_{cd} b d^2} = \omega_c \xi (1 - \beta \xi) = 0.5(1+k)\xi(1 - \beta \xi) \cdot \qquad (5)$$

В соответствии с предложенной проф. А. Лапко [3] градацией областей деформирования сечений железобетонных элементов, при использовании билинейной диаграммы границы областей деформирования могут быть определены, в зависимости от значения относительной высоты сжатой зоны ξ, таким образом:

<u>Подобласть **Ia:**</u> $$\xi \le \frac{\varepsilon_{c3,cd}}{\varepsilon_{c3,cd} + \varepsilon_{ud}} ;$$

<u>Подобласть **Ib**</u>: $$\frac{\varepsilon_{c3,cd}}{\varepsilon_{c3,cd} + \varepsilon_{ud}} < \xi \le \frac{\varepsilon_{cu3,cd}}{\varepsilon_{cu3,cd} + \varepsilon_{ud}} ;$$

<u>Область **II:**</u> $$\frac{\varepsilon_{cu3,cd}}{\varepsilon_{cu3,cd} + \varepsilon_{ud}} < \xi \le \frac{\varepsilon_{cu3,cd}}{\varepsilon_{cu3,cd} + \varepsilon_{sy}} ; \qquad (6)$$

<u>Область **III**</u>**:** $$\frac{\varepsilon_{cu3,cd}}{\varepsilon_{cu3,cd} + \varepsilon_{sy}} < \xi \le \frac{\varepsilon_{cu3,cd}}{\varepsilon_{cu3,cd} - \varepsilon_{c3,cd}} ;$$

<u>Область **IV:**</u> $$\xi > \frac{\varepsilon_{cu3,cd}}{\varepsilon_{cu3,cd} - \varepsilon_{c3,cd}}.$$

В приведенных выражениях $\varepsilon_{sy} = \varepsilon_{s0} = f_{yd} / E_s$ – абсцисса точки перехода наклонной ветви диаграммы деформирования арматуры (диаграммы Прандтля) в горизонтальную, начиная с которой арматура работает с полным расчетным сопротивлением f_{yd}; ε_{ud} – предельная относительная деформация арматурной стали применяемого класса.

В таблицу сведены основные зависимости для расчета железобетонных элементов прямоугольного профиля по упрощенному деформационному методу с использованием билинейной диаграммы деформирования бетона.

Используя полученные соотношения, можно упростить методику расчета и подбора арматуры изгибаемых железобетонных элементов прямоугольного профиля с одинарным армированием.

Основные зависимости для расчета железобетонных элементов

Параметры усилия в бетоне сжатой зоны						
Область деформирования	**Коэффициент прямоугольной части эпюры напряжений** k	**Коэффициент центра тяжести эпюры напряжений** β	**Коэффициент полноты эпюры напряжений** $\omega_{\tilde{n}}$	**Относительное усилие** $\omega_{\tilde{n}}\xi = \frac{F_{cc}}{bdf_{cd}}$	**Относительное плечо усилия** $\eta = \frac{z_c}{d}$	**Относительный момент** $\alpha_m = \frac{M_{Ed}}{f_{cd}bd^2}$
Ia	0	1/3	$\frac{\varepsilon_{ud}\xi}{2\varepsilon_{c3,cd}(1-\xi)}$	$\frac{\varepsilon_{ud}\xi^2}{2\varepsilon_{c3,cd}(1-\xi)}$	$1-\xi/3$	$\frac{\varepsilon_{ud}\xi^2(3-\xi)}{6\varepsilon_{c3,cd}(1-\xi)}$
Ib	$\frac{\varepsilon_{\tilde{n}(1)} - \varepsilon_{\tilde{n}3,cd}}{\varepsilon_{c(1)}}$	$\frac{k^2+k+1}{3(1+k)}$	$0.5(1+k)$	$0.5(1+k)\xi$	$1-\beta\xi$	$0.5(1+k)\xi(1-\beta\xi)$
II	$\frac{\varepsilon_{\tilde{n}u3,cd} - \varepsilon_{\tilde{n}3,cd}}{\varepsilon_{cu3,cd}}$	$\frac{k^2+k+1}{3(1+k)}$	$0.5(1+k)$	$0.5(1+k)\xi$	$1-\beta\xi$	$0.5(1+k)\xi(1-\beta\xi)$
III	$\frac{\varepsilon_{\tilde{n}u3,cd} - \varepsilon_{\tilde{n}3,cd}}{\varepsilon_{cu3,cd}}$	$\frac{k^2+k+1}{3(1+k)}$	$0.5(1+k)$	$0.5(1+k)\xi$	$1-\beta\xi$	$0.5(1+k)\xi(1-\beta\xi)$

1. В исходных данных задаются:

- размеры поперечного сечения: b, h, расстояние от нижней грани сечения до оси растянутой арматуры c, рабочая высота сечения $d = h - c$;

- класс бетона С, из таблицы 3.1 [1] – его расчетная прочность на сжатие f_{cd}, значения относительных деформаций $\varepsilon_{c3,cd}$ и $\varepsilon_{cu3,cd}$;
- класс арматурной стали, ее расчетное значение прочности f_{yd}, модуль упругости E_s, величина $\varepsilon_{sy} = f_{yd} / E_s$;
- расчетный изгибающий момент в сечении от внешней нагрузки M_{Ed}.

2. Предполагаем, что рассматриваемое сечение работает в наиболее рациональной области деформирования **II**, в которой полностью используются прочностные свойства бетона и арматуры. По формулам (1)…(3) определяем значения коэффициентов k, β и ω_c.

В соответствии с соотношениями (6) находим верхнее и нижнее граничные значения ξ для области деформирования **II** и соответствующие им граничные значения α_m на основе зависимости (5)

$$\alpha_m = 0.5(1+k)\xi(1-\beta\xi)\,. \tag{7}$$

3. Определяем фактическое значение коэффициента α_m

$$\alpha_m = \frac{M_{Ed}}{bf_{cd}d^2} \tag{8}$$

и сопоставляем его с найденными граничными значениями.

4. Если фактическая величина α_m находится в интервале между указанными граничными значениями, то сечение работает в области деформирования **II** и дальнейший алгоритм расчета такой:

- коэффициент η (относительное плечо внутренней пары сил) будет

$$\eta = \frac{z_c}{d} = 0.5 + \sqrt{0.25 - \frac{2\beta\alpha_m}{1+k}}\,; \tag{9}$$

- если находить ξ, то решение будет:

$$\xi = \frac{1}{2\beta} + \sqrt{\frac{1}{4\beta^2} - \frac{2\alpha_m}{\beta(1+k)}}\,; \tag{10}$$

- можно сразу определить высоту сжатой зоны x по зависимости

$$x = \frac{p}{2} - \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}\,, \tag{11}$$

где $$p = \frac{3d(1+k)}{k^2+k+1};\ q = \frac{6M_{Ed}}{bf_{cd}(k^2+k+1)}\,;$$

- далее находим плечо внутренней пары сил z_c из зависимостей соответственно $z_c = \eta \cdot d$, $z_c = d(1-\beta\xi)$ или $z_c = d - \beta x$ и определяем требуемую площадь растянутой арматуры A_{st}

$$A_{st} = \frac{M_{Ed}}{f_{yd} \cdot z_c}; \tag{12}$$

- используя, при необходимости, соотношения $x = d \cdot \xi$ или $x = d(1-\eta)/\beta$, проверяем выполнение условия

$$\varepsilon_{sy} \le \varepsilon_{st} = \frac{\varepsilon_{cu3,cd}(d-x)}{x} \le \varepsilon_{ud}. \tag{13}$$

5. Если фактическая величина α_m превышает верхнее граничное значение для области деформирования **II**, то это эквивалентно невыполнению принципа проф. А.Ф. Лолейта для метода предельных усилий. Рекомендуется увеличить размеры сечения и (или) прочностные характеристики материалов.

6. Если значение α_m будет ниже нижнего граничного значения для области **II**, необходимо из (6) и (7) определить граничное (переходное) значение α_m между подобластями **Ia** и **Ib** и выяснить, в какой из них деформируется рассматриваемое сечение.

7. Если сечение работает в подобласти деформирования **Ib**, то это означает, что при предельной величине относительной деформации верхних сжатых волокон сечения $\varepsilon_{cu3,cd}$ относительная деформация растянутой арматуры ε_{st} будет превышать предельно допустимое значение ε_{ud}. Поэтому необходимо найти такое значение относительной деформации верхних сжатых фибр $\varepsilon_{\tilde{n}(1)}$, при котором выполняется условие $\varepsilon_{st} = \varepsilon_{ud}$. Такое значение $\varepsilon_{\tilde{n}(1)}$ может быть определено по формуле

$$\varepsilon_{c(1)} = -\frac{p}{2} + \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}, \tag{14}$$

где

$$p = 2\varepsilon_{ud};\; q = \frac{6 \cdot \alpha_m \cdot \varepsilon_{ud}^2 + 3\varepsilon_{ud} \cdot \varepsilon_{c3,cd} + \varepsilon_{c3,cd}^2}{6 \cdot \alpha_m - 3}. \tag{15}$$

Далее находим новое значение коэффициента k аналогично (1)

$$k = \frac{\varepsilon_{c(1)} - \varepsilon_{c3,cd}}{\varepsilon_{c(1)}}, \tag{16}$$

соответствующее ему значение β по (2) и определяем требуемую площадь растянутой арматуры по алгоритму, приведенному в п.4. В качестве контроля правильности выполненных расчетов может быть проверено выполнение условия

$$\varepsilon_{st} = \frac{\varepsilon_{c(1)}(d - x)}{x} \approx \varepsilon_{ud}. \tag{17}$$

При правильно выполненном расчете значение ε_{st} будет равным или близким к величине ε_{ud}.

8. Если при выполнении п.6 будет установлено, что сечение деформируется в подобласти **Ia**, то точное решение для $\varepsilon_{c(1)}$, при котором выполняется условие $\varepsilon_{st} = \varepsilon_{ud}$, может быть получено из решения кубического уравнения по формулам Кардано. Однако менее трудоемким по вычислениям и достаточно точным по результату методом является итерационное решение уравнения

$$\alpha_m = \frac{\varepsilon_{ud}\xi^2(3-\xi)}{6\varepsilon_{c3,cd}(1-\xi)}, \tag{18}$$

в ходе которого подбирается значение ξ при вычисленном, в соответствии с (8), фактическом значении α_m.

Линейная интерполяция выполняется по формуле ($\xi_2 > \xi_1$)

$$\xi = \xi_1 + \frac{M_{Ed} - M_{Rd}(\xi_1)}{M_{Rd}(\xi_2) - M_{Rd}(\xi_1)}(\xi_2 - \xi_1), \tag{19}$$

где значения $M_{Rd}(\xi_1)$ и $M_{Rd}(\xi_2)$ находятся из зависимости (4).

Достаточно точное значение ξ обычно достигается при небольшом количестве итераций. После определения ξ находится значение

$$\varepsilon_{ñ(1)} = \frac{\varepsilon_{ud}\xi}{1-\xi} < \varepsilon_{c3,cd}, \tag{20}$$

высота сжатой зоны $x = d\xi$, плечо внутренней пары сил $z_c = d - x/3$ и требуемая площадь арматуры в соответствии с (12).

Предлагаемая методика позволяет быстро и с достаточной степенью точности выполнять расчет и подбор арматуры изгибаемых железобетонных элементов прямоугольного профиля с одинарным армированием. Сравнение с результатами расчетов по разработанной программе деформационного метода с нелинейной диаграммой деформирования бетона дает разницу в площади арматуры порядка 2…3%, что вполне приемлемо для инженерных расчетов.

1.ДБН В.2.6-98:2009. Конструкції будинків та споруд. Бетонні та залізобетонні конструкції. Основні положення. – Київ. Міністерство регіонального розвитку та будівництва України, 2011. – 71 с.

2.ДСТУ Б В.2.6-156:2010. Конструкції будинків та споруд. Бетонні та залізобетонні конструкції з важкого бетону. Правила проектування. – Київ. Мінрегіонбуд України, 2011. – 118 с.

3.Lapko A. Projektowanie konstrukcji zelbetowych wg Wurocodu 2 I PN-B-03264:1999 – Arcady. Warszawa, 2000. – 547 s.

4.Железобетонные конструкции. Основы теории, расчета и конструирования // Учебное пособие для студентов строительных специальностей. Под ред. проф. Т. М. Пецольда и проф. В. В. Тура. – Брест, БГТУ, 2003. – 380 с.

Получено 08.01.2013

УДК 624.012.35:624.072.221

Д.В.КОЧКАРЬОВ, В.І.БАБИЧ, кандидати техн. наук
Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне

ПРОПОЗИЦІЇ ДО РОЗРАХУНКУ СТИСНУТИХ, СТИСНУТО-ЗІГНУТИХ І ЗІГНУТИХ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ ЕЛЕМЕНТІВ

Запропоновано розрахунок стиснутих, стиснуто-зігнутих і зігнутих залізобетонних елементів на основі узагальненої деформаційної моделі. Наведено приклади розрахунку елементів.

Предложен практический расчет железобетонных сжатых, сжато-изгибаемых и изгибаемых элементов на основании обобщенной деформационной модели. Показаны примеры расчёта элементов.

The calculation of reinforce-concrete non axial compression elements and bending elements on the basis of deformation model. The tasks of calculation of such elements are rationed.

Ключові слова: деформаційна модель, позацентровий стиск, кривина.

Широке розповсюдження стиснутих і стиснуто-зігнутих залізобетонних елементів у будівлях і спорудах у вигляді колон, пілонів, стояків рамних конструкцій, верхніх поясів і решіток ферм, арок тощо викликає нагальну потребу проектувальників у простих, надійних і доступних методах розрахунку таких елементів. Введення нормативних документів по проектуванню з розрахунками на основі деформаційної моделі ще більше підсилило цю потребу, а у деяких випадках поставило проектувальників, науковців, а з ними і студентів будівельних спеціальностей у глухий кут.