за счет того, что излучаемая энергия распределяется по поверхности большей площади.

Таким образом, построена математическая модель теплового излучения горящего резервуара, заполненного нефтепродуктом не доверху. Из этой модели следует, что с понижением уровня нефтепродукта площадь излучающей поверхности увеличивается за счет нагревшихся сухих стенок, а средняя температура уменьшается. В результате, понижение уровня приводит к незначительному уменьшению теплового потока. Этот результат качественно согласуется с опытными данными.

Перспективы дальнейших исследований связаны с учетом случайных пульсаций формы факела и его температуры.

1.Абрамов Ю.А., Басманов А.Е. Влияние пожара на резервуар с нефтепродуктом // Вестник Харьковского национального автомобильно-дорожного университета: Сб. науч. тр. Вып.29. – Харьков: ХНАДУ, 2005. – С.131-133.

2.Андриенко В.Н., Коваленков С.В., Созник А.П. Математическая модель теплового излучения от факелов, имеющих форму конуса // Проблемы пожарной безопасности. Вып.14. – Харьков: Фолио, 2003. – С.24-28.

3.Волков О.М. Пожарная безопасность резервуаров с нефтепродуктами. – М.: Недра, 1984. – 151 с.

4.Сознік О.П., Коваленков С.В., Андрієнко В.М. Геометричне моделювання випромінювання полум’я при пожежі нафти в резервуарі // Прикладна геометрія та інженерна графіка: Зб. Таврійської державної агротехнічної академії. Вип.4, т.27. – Мелітополь: ТДАТА, 2004. – С.20-25.

Получено 31.05.2006

УДК 614.8 : 62.5

Ю.А.АБРАМОВ, д-р техн. наук, В.П.САДКОВОЙ, канд. психол. наук
Академия гражданской защиты Украины, г.Харьков

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ГИДРОМАГИСТРАЛЕЙ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО ПОЖАРОТУШЕНИЯ

Получены математические модели гидромагистралей систем автоматического пожаротушения, принадлежащие классу передаточных и переходных функций.

Анализ статистических данных свидетельствует, что на момент прибытия подразделений пожарной охраны к месту вызова площадь пожара с доверительной вероятностью 0,9 составляет порядка 100 м^2. В этой связи возрастает роль систем автоматического пожаротушения (САП), задачей которых является обеспечение локализации и тушения пожаров до прибытия подразделений пожарной охраны.

Применительно к САП модели гидромагистралей рассматривались в [1], где приводятся выражения для передаточных функций в общем виде. В [2] приведены математические модели гидромагистралей САП, в которых параметры моделей связаны с геометрическими параметрами трубопроводов и с реологическими характеристиками жидкости. Следует отметить, что рассматриваемые в [2] модели описывают частный случай движения жидкости в гидромагистралях САП.

Целью работы является получение комплекса математических моделей, описывающих нестационарное движение жидкости в трубопроводе (трубе) круглого сечения и принадлежащих к классу динамических моделей, которыми описываются процессы в системах с сосредоточенными параметрами.

Движение жидкости в круглой трубе описывается уравнением Навье-Стокса [3], которое в проекциях по оси x и r, направленные соответственно вдоль оси трубы и по ее радиусу, имеет вид

$$\frac{\partial U_x}{\partial t}+U_x\frac{\partial U_x}{\partial x}+U_r\frac{\partial U_x}{\partial r}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}+\nu\left[\begin{array}{l}\frac{4}{3}\cdot\frac{\partial^2 U_x}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 U_x}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial U_x}{\partial r}+\\+\frac{1}{3}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial U_r}{\partial r}+\frac{U_r}{r}\right)\end{array}\right];\quad(1)$$

$$\frac{\partial U_r}{\partial t}+U_r\frac{\partial U_x}{\partial r}+U_x\frac{\partial U_r}{\partial x}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial r}+\nu\left[\begin{array}{l}\frac{4}{3}\cdot\frac{\partial^2 U_r}{\partial r^2}+\frac{3}{4r}\frac{\partial U_r}{\partial r}-\frac{4}{3}\frac{U_r}{r^2}+\\+\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{3}\frac{\partial U_x}{\partial r}+\frac{\partial U_r}{\partial x}\right)\end{array}\right],\quad(2)$$

где U_x, U_r – проекции скорости соответственно на оси x и r; p – давление; ν – кинематическая вязкость жидкости; ρ – плотность жидкости.

Уравнение неразрывности запишем следующим образом

$$\frac{\partial \rho}{\partial t}+\rho\frac{\partial U_r}{\partial r}+\rho\frac{U_r}{r}+\rho\frac{\partial U_x}{\partial x}+U_r\frac{\partial \rho}{\partial r}+U_x\frac{\partial \rho}{\partial x}=0. \quad(3)$$

Связь между плотностью и давлением выражается через модуль объемной упругости жидкости B [4]

$$B=\rho\frac{\partial p}{\partial \rho}. \quad(4)$$

Система уравнений (1)-(4) записана в предположении, что вязкость среды является постоянной, объемная вязкость среды мала, а модуль объемной упругости есть постоянная величина, равная локальному адиабатическому модулю объемной упругости. Эту систему уравнений можно упростить, если учесть, что ряд слагаемых, входящих в эти уравнения, достаточно малы.

Обычно справедливо условие $U_x >> U_r$, вследствие чего уравнение (2) можно исключить из рассмотрения, полагая, что в каждом сечении круглой трубы давление одинаково.

Если положить, что

$$v(x,t) = \frac{1}{r_0}\int_0^{r_0} U_r(x,r,t)dr, \tag{5}$$

т.е. средняя по сечению трубы скорость течения жидкости, где r_0 – радиус трубы; c_0 – скорость звука в жидкости; l – длина трубы, то

$$\frac{\partial U_x}{\partial t} \approx \frac{vc_0}{l}; \qquad\qquad U_x\frac{\partial U_x}{\partial x} \approx \frac{v^2}{l}. \tag{6}$$

При движении жидкости со скоростью, близкой к скорости звука, будет иметь место

$$\frac{U_x\dfrac{\partial U_x}{\partial x}}{\dfrac{\partial U_x}{\partial t}} \approx \frac{v}{c_0}. \tag{7}$$

Отсюда следует, что в случае выполнения условия $v >> c_0$, в уравнении (1) можно пренебречь слагаемыми

$$U_x\frac{\partial U_x}{\partial x}, U_r\frac{\partial U_x}{\partial r}. \tag{8}$$

Если ввести обозначение $r/l = \beta$, то слагаемые уравнения (1), которые учитывают влияние вязкости среды, будут иметь порядок

$$\frac{4}{3}\cdot\frac{\partial^2 U_x}{\partial x^2} \approx \frac{4}{3}\cdot\frac{v}{l^2}; \frac{\partial^2 U_x}{\partial r^2} \approx \frac{v}{\beta^2 l^2}; \frac{1}{r}\frac{\partial U_x}{\partial r} \approx \frac{v}{\beta^2 l^2} \quad . \tag{9}$$

Тогда следует, что при $\beta << 1$ первым слагаемым, стоящим в квадратных скобках уравнения (1), можно пренебречь.

Вследствие взаимосвязи ρ и p в соответствии с (4) из уравнения (3) можно исключить два последних слагаемых, поскольку имеет место $v << c_0$.

Тогда уравнения (1) и (3) можно записать в виде

$$\frac{\partial U_x}{\partial t} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + \nu\left[\frac{\partial^2 U_x}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial U_x}{\partial r} + \frac{1}{3}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial U_r}{\partial r} + \frac{U_r}{r}\right)\right]; \qquad (10)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho\left(\frac{\partial U_r}{\partial r} + \frac{U_r}{r} + \frac{\partial U_x}{\partial x}\right) = 0. \qquad (11)$$

Будем предполагать, что $\rho = \rho_0 = \text{const}$. Тогда из (11) следует, что

$$\frac{\partial U_r}{\partial r} + \frac{U_r}{r} = -\frac{\partial U_x}{\partial x}. \qquad (12)$$

С учетом (9) и (12) уравнение (10) окончательно принимает вид

$$\frac{\partial U_x}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial p}{\partial x} + \nu\left[\frac{\partial^2 U_x}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial U_x}{\partial r}\right]. \qquad (13)$$

В качестве граничных условий примем

$$\left.\frac{\partial U_x}{\partial r}\right|_{r=0} = 0;\; \left.U_x\right|_{r=r_0} = 0. \qquad (14)$$

Применим к уравнению (13) интегральное преобразование Ханкеля с конечными пределами [5]. После интегрирования второго слагаемого в правой части этого уравнения по частям, а также с использованием дифференциального уравнения Бесселя для функции $J_0\left(\mu_n \frac{r}{r_0}\right)$ и соотношения

$$\frac{dJ_0\left(\mu_n \frac{r}{r_0}\right)}{dr} = -\frac{\mu_n}{r_0} J_1\left(\mu_n \frac{r}{r_0}\right), \qquad (15)$$

где μ_n – корни уравнения

$$J_0(\mu) = 0; \qquad (16)$$

J_0, J_1 – функции Бесселя 1-го рода соответственно нулевого и первого порядка, уравнение (13) с учетом (14) трансформируется следующим образом

$$\frac{d\overline{U}_x(x,\mu_n,t)}{dt} + \nu\left(\frac{\mu_n}{r_0}\right)^2 \overline{U}_x(x,\mu_n,t) =$$

$$= -\frac{1}{\rho_0}\int_0^{r_0} rJ_0\left(\mu_n \frac{r}{r_0}\right)\frac{\partial p(x,t)}{\partial x}dr = -\frac{r_0^2 J_1(\mu_n)}{\rho_0 \mu_n}\cdot\frac{\partial p(x,t)}{\partial x}, \qquad (17)$$

где

$$\overline{U}_x(x,\mu_n,t) = \int_0^{r_0} rJ_0\left(\mu_n \frac{r}{r_0}\right)U_x(x,r,t)dr. \qquad (18)$$

При нулевых начальных условиях уравнение (18) имеет решение

$$\overline{U}_x(x,\mu_n,t) = -\frac{r_0^2 J_1(\mu_n)}{\rho_0 \mu_n}\int_0^t \frac{\partial p(x,\tau)}{\partial x}\exp\left[-\nu\left(\frac{\mu_n}{r_0}\right)^2 (t-\tau)\right]d\tau. \qquad (19)$$

Переходя по теореме обращения [5] к пространству оригиналов, из (19) получаем

$$U_x(x,r,t) = -\frac{2r_0^2}{\nu\rho_0}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{J_0\left(\mu_n \frac{r}{r_0}\right)}{\mu_n^3 J_1(\mu_n)}\int_0^t \frac{\partial p(x,\tau)}{\partial x}\exp\left[-\nu\left(\frac{\mu_n}{r_0}\right)^2 (t-\tau)\right]d\tau. \qquad (20)$$

Это выражение описывает мгновенное распределение проекции скорости движения жидкости вдоль продольной оси круглой трубы.

Определим расход Q(x, t) жидкости, протекающей в рассматриваемый момент времени через данное сечение трубы, т.е.

$$Q(x,t) = 2\pi\int_0^{r_0} rU_x(x,r,t)dr, \qquad (21)$$

что с учетом (20) дает

$$Q(x,t) = -\frac{4\pi r_0^4}{\nu\rho_0}\sum_{n=1}^{\infty}\mu_n^{-4}\int_0^t \frac{\partial p(x,\tau)}{\partial x}\exp\left[-\nu\left(\frac{\mu_n}{r_0}\right)^2 (t-\tau)\right]d\tau. \qquad (22)$$

Если это выражение разделить на πr_0^2, то полученное выражение будет представлять среднюю по сечению круглой трубы скорость движения жидкости в рассматриваемый момент времени, т.е.

$$v(x,t) = \frac{Q(x,t)}{\pi r_0^2}. \qquad (23)$$

Пусть $\frac{\partial p(x,t)}{\partial x} = -A = \text{const}$. Тогда выражение (22) трансформируется к виду

$$Q(t) = \frac{4\pi r_0^4 A}{\nu\rho_0} \sum_{n=1}^{\infty} \mu_n^{-4} \left[1 - \exp\left(-\nu \left(\frac{\mu_n}{r_0} \right)^2 t \right) \right], \tag{24}$$

которое представляет переходную функцию [1], усредненную по сечению трубы.

Введем в рассмотрение безразмерные переменные

$$t_0 = \frac{\nu}{r_0^2} t; \quad q(t_0) = \frac{\nu\rho_0}{4\pi r_0^4 A} Q(t). \tag{25}$$

Удержав в (24) первые два члена ряда при $\mu_1 = 2,405$ и $\mu_2 = 5,520$ [6], получим следующее выражение для переходной функции

$$q(t_0) = 0,03(1 - \exp(-5,78 t_0)) + 0,001(1 - \exp(-30,47 t_0)). \tag{26}$$

Из этого выражения следует, что второе слагаемое переходной функции составляет около 0,3% от величины первого слагаемого и его можно не учитывать. Тогда с учетом этого замечания из (25) и (26) следует выражение для оценки времени переходного процесса $T_п$

$$T_п = -\frac{0,17 r_0^2}{\nu} \ln(1 - 33,3 q(T_п)). \tag{27}$$

В частности, при $q(T_п) = 0,03 \cdot 0,95$ выражение (27) принимает вид

$$T_п = 0,51 r_0^2 \nu^{-1}. \tag{28}$$

Определим передаточную функцию круглой трубы, по которой течет жидкость. В общем случае передаточная функция для такой системы будет иметь вид

$$W(x,s) = L[Q(x,t)] \cdot \left[L\left[\frac{\partial p(x,t)}{\partial x} \right] \right]^{-1}, \tag{29}$$

где L – оператор интегрального преобразования Лапласа [1], что с учетом (22) приводит к следующему выражению

$$W(x,s)=\frac{\dfrac{4\pi r_0^4}{\nu\rho_0}\sum\limits_{n=1}^{\infty}\mu_n^{-4}\int\limits_0^{\infty}\int\limits_0^{t}\dfrac{\partial p(x,\tau)}{\partial x}\exp\left[-\nu\left(\dfrac{\mu_n}{r_0}\right)^2(t-\tau)-st\right]d\tau dt}{\int\limits_0^{\infty}\dfrac{\partial p(x,t)}{\partial x}\exp(-st)dt}. \quad (30)$$

Для случая, при котором было получено выражение (24), передаточная функция рассматриваемой системы трансформируется к виду [7]

$$W(s)=A^{-1}sL[Q(t)], \quad (31)$$

что приводит к следующему выражению [1]

$$W(s)=\frac{4\pi r_0^4}{\nu\rho_0}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\mu_n^{-4}}{\tau_n s+1}, \quad (32)$$

где $\tau_n=\left(\dfrac{\rho_0}{\mu_n}\right)^2\nu^{-1}$ – n-я постоянная времени.

Если учесть замечание, которое приведено относительно выражения (26), то (32) можно переписать следующим образом

$$W(s)=\frac{4\pi r_0^4}{\nu\rho_0}\cdot\frac{\mu_1^{-4}}{\tau_1 s+1}=\frac{0{,}12\pi}{\rho_0}\cdot\frac{\tau_0^2}{0{,}17\tau_0 s+1}, \quad (33)$$

где $\tau_0=r_0^2\nu^{-1}$.

Из этого выражения следует, что параметры модели, описывающей нестационарное движение жидкости в трубе круглого сечения, что является функциональным элементом САП, определяется геометрическим параметром r_0 трубы и реологическими характеристиками ν, ρ_0 жидкости.

Таким образом, применительно к функциональному элементу САП – круглому трубопроводу, в котором имеет место нестационарное движение жидкости, получен комплекс математических моделей, принадлежащих классу динамических моделей в виде передаточных и переходных функций.

1.Абрамов Ю.А. Основы пожарной автоматики. – Харьков: ХИПБ, 1993. – 288 с.

2.Абрамов Ю.А., Губарев А.П., Узунов А.В. и др. Управление в технических системах с газовым и жидким компонентами. – К.: ИСМО, 1997. – 288 с.

3.Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. – М.: Наука, 1970. – 904 с.

4.Слезкин Н.А. Динамика вязкой несжимаемой жидкости. – М.: ГИТТЛ, 1955. – 520 с.

5.Голоскоков Д.П. Уравнения математической физики. – СПб.: Питер, 2004. – 539 с.

6.Янке Е., Эмде Ф., Леш Ф. Специальные функции. – М.: Наука, 1977. – 344 с.

7.Садковой В.П., Абрамов Ю.А. Оценка быстродействия датчиков первичной информации систем автоматического пожаротушения со сферическим терморезистивным чувствительным элементом // Проблеми надзвичайних ситуацій. Вип.3. – Харків: АЦЗУ, 2006. – С.128-137.

Получено 31.05.2006

УДК 624.012.41

М.С.ЗОЛОТОВ, канд. техн. наук, И.В.СИМЕЙКО
Харьковская национальная академия городского хозяйства

НЕСУЩАЯ СПОСОБНОСТЬ И ДЕФОРМАТИВНОСТЬ ГИБКИХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ СТЕРЖНЕЙ

Рассматривается характер работы центрально и внецентренно сжатых элементов, проанализирован характер их деформирования, рассмотрено влияние величины эксцентриситета на характер деформирования стержня, указаны основные методы расчета сжато-изогнутых стержней, определены неточности расчетов и пути их совершенствования.

В последнее время вопрос несущей способности и деформативности железобетонных стержней не находит должного внимания в научных работах отечественных и зарубежных учёных. Это вызывает удивление, особенно учитывая трудности, с которыми сталкиваются при решении вышеуказанной проблемы в инженерной практике, например, нелинейный характер деформирования железобетона, различие его деформативно-прочностных характеристик при сжатии и растяжении; влияние возраста бетона на его прочность; возможное наличие трещин в растянутой зоне; перераспределение усилий между бетоном и арматурой вследствие внутренней статической неопределимости между сечениями для внешне статически неопределимых стоек. Очевидно и то, что методика, предлагаемая действующими нормами, не учитывает такие факторы, как класс бетона и арматуры, процент армирования, что существенно сказывается на точности расчётов, особенно с переходом в настоящее время к новым классам арматурного проката, имеющего более высокие прочностные характеристики.

Сегодня применение высокопрочных бетонов и арматурных сталей повышенной прочности позволяет уменьшить площади поперечных сечений стержней и, следовательно, повысить их гибкость, что в свою очередь приводит к тому, что устойчивость самих элементов яв-