

О.О. Чупринін, Н.В. Серета, А.О. Гарбуз, О.М. Кузнєцов

Харківський національний університет міського господарства імені О.М. Бекетова, Україна

ПОВЗУЧИСТЬ ТА УСАДКА ЗАЛІЗОБЕТОННИХ ТОНКОСТІННИХ ЦИЛІНДРИЧНИХ ПАНЕЛЕЙ

Стаття присвячена опису розрахункового методу аналізу повзучості та усадки тонкостінних залізобетонних конструкцій. Розглянуто рівняння, що описують повзучість урахуванням об'ємних деформацій, зокрема усадки бетону. Наведено алгоритм проведення розрахунків, що дозволяє визначити напружено-деформований стан залізобетонних конструкцій при короточасному та тривалому навантаженні на основі методу скінчених елементів. Розглянуто приклад розрахунку довговічності залізобетонної циліндричної панелі з урахуванням накоплення пошкоджуваності. Наведено дані про її довготривалу міцність та вибір раціональних геометричних характеристик циліндричної панелі.

Ключові слова: повзучість, усадка, тривала міцність, залізобетонна конструкція, оболонки, метод скінчених елементів.

Постановка проблеми

При правильному проектуванні і відповідній експлуатації залізобетонні конструкції можуть служити невизначено довгий час без суттєвого зниження несучої здатності. Це обумовлено тим, що міцність бетону з часом зростає, а сталь в конструкції захищена від корозії. Однак, при помилках проектування, протягом часу можуть істотно зростати деформації повзучості і досягати критичних значень при експлуатації конструкції.

Довготривала експлуатація будівельних бетонних і залізобетонних конструкцій, зокрема відповідних моделям тонкостінних тіл потребують відповідних моделях, здатних описати їх деформування протягом експлуатації [1].

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Аналіз експериментальних результатів по повзучості залізобетонних конструкцій, наведених в літературі, дозволяють записати відповідні рівняння стану. Сучасні теорії враховують різноманітні фактори, що впливають на швидкість повзучості і усадки бетону. Велика увага приділяється випробуванням не тільки на одноосьовий навантаження, але і на багатовісним, зокрема, двовісне, що характерно для багатьох тонкостінних конструкцій і відображає властивості комплексного матеріалу, залізобетону.

При проектуванні сучасних залізобетонних конструкцій тільки для невеликої частини будівель і споруд для оцінки їх довготривалої міцності можливе використання спрощених розрахункових схем. Більшість ж їх, в яких реалізується складний напружений стан, необхідно використовувати повну постановку задачі.

Для таких розрахунків спрощені моделі, які засновані на базових гіпотезах про характер розподілу напружень і деформацій в конструкціях, не дають можливості задовільного аналізу стану конструкцій. При тривалому деформуванні, моделі, які базуються на теоріях пластичності, не дають можливість описати особливості експлуатації [2–3] та спрогнозувати термін служби споруди.

Моделі повзучості для бетону повинні враховувати кілька важливих явищ, які суттєво впливають на поведінку конструкцій під час тривалої експлуатації [4–7]. При побудові складових рівнянь велике значення має характеристика вмісту води, що змінюється в бетоні, що, в свою чергу, залежить від експлуатаційних факторів, таких як температура та вологість навколишнього середовища, а також площа контакту конструкції під відкритим небом [8]. Аналіз експериментальних результатів щодо тривалої деформації бетону дозволяє сформулювати відповідні складові рівняння, що описують його повзучість і усадку, визначити значення констант, що входять до них. Для конкретних матеріалів, які часто використовуються в тонкостінних будівельних конструкціях, дані були отримані за їх чутливості до повзучості та усадки [9–11]. Ці дані обробляються для конкретизації установчих рівнянь на основі даних, що визначають вплив різних факторів на швидкість повзучості та усадки бетону. Вплив температури та відносної вологості на старіння бетону розглядається окремо. Все ще дає передумову розгляду інкрементальної моделі повзучості на основі робіт Качанова і Работнова [2].

Таким чином, в даний час виникає потреба існування і розробці моделей повзучості, які

ґрунтуються на фундаментальних положеннях механіки деформованого твердого тіла.

Формулювання мети статті

В тонкостінних будівельних конструкціях, виконаних із залізобетону, можна констатувати поєднання різноманітних процесів, що протікають в матеріалі. Ці фактори можуть накопичуватися і взаємодіяти один з одним. Так, накопичення деформацій повзучості часто поєднується з усадкою, при цьому може спостерігатися деградація матеріалу (зростання пошкоджуваності, як відображення порушення цілісності в мікрообсязі), яка в подальшому може викликати руйнування. В першу чергу необхідно визначитися, що вдає із себе початок і кінець процес руйнування. Матеріал вважається вільним від будь-якого пошкодження, якщо в ньому немає тріщин і порожнин в мікроскопічному масштабі. Зазвичай відомо стан, починаючи з якого відбувається історія навантаження. Завершення процесу руйнування це утворення макроскопічних руйнувань. Для пластичних металів і сплавів процес руйнування супроводжується великими деформаціями повзучості. В крихких матеріалах (бетон і деякі метали і сплави) накопичуються пошкодження можуть без помітних необоротних деформацій.

Дослідження напружень, деформацій, а також історії завантаження для заданого тіла з урахуванням законів пошкоджуваності дозволяють, шляхом інтегрування за часом розглянути еволюцію ушкоджень до моменту утворення макроскопічної тріщини. Запропоновано модель, яка з'єднає механіку руйнування і пластичну теорію деформування. Рішення крайової задачі здійснюється методом скінчених елементів (МСЕ) [10], початкової – інтеграцією за часом методом прогнозу-корекції. Використаний скінчений елемент (СЕ) забезпечує детальний опис геометрії моделі і граничних умов. Незважаючи на широке поширення універсальних об'ємних СЕ, заради чисельного моделювання тонкостінних конструкцій доцільніше використання спеціальних оболонкових елементів.

Виклад основного матеріалу

Розглянемо моделювання тривалої міцності і повзучості залізобетонних тонкостінних елементів з урахуванням різних факторів, які можуть накопичуватися і взаємодіяти один з одним. Знання напружень і деформацій і їх історії для заданого тіла, а також законів пошкоджуваності дозволяють, шляхом інтегрування за часом розглянути еволюцію ушкоджень до моменту утворення макроскопічної тріщини і визначити час до руйнування. Класичний підхід теорії тонких оболонок з кінцевими прогинами застосовується до фізично нелінійної задачі деформування, що включає опис комплексної дії

усадки спільно з повзучістю і пошкоджуваністю. В роботі досліджується довільна тонка оболонка обертання при несиметричному напружено-деформованому стані в умовах повзучості. Розглянемо кінчну оболонку, яка в разі рівних радіусів кривизни може бути в окремому випадку приведена до циліндричної, а при нульовій кривизні – до пластини. Використовується рівняння теорії оболонок Доннелла [7].

Уявімо об'ємну деформацію у вигляді [7]: $\varepsilon_{kl}^{(v)} = \varepsilon_{kl}^{(T)} + \varepsilon_{kl}^{(R)}$, де $\varepsilon_{kl}^{(T)}$ – температурна деформація і $\varepsilon_{kl}^{(R)}$ – деформація усадки: $\varepsilon_{kl}^{(v)} = \varepsilon_{kl}^{(T)} + \varepsilon_{kl}^{(R)}$, $\varepsilon_{ij}^{(T)} = \alpha_{ij} \Delta T$, $\varepsilon_{ij}^{(R)} = \varepsilon_0^{(R)} \delta_{ij}$, $\alpha_{ij} = \alpha_0 \delta_{ij}$. В даний час дослідження показують, що швидкість усадки залежить від безлічі структурно-технологічних та фізико-хімічних факторів. Однак при проектуванні та аналізі деформування використовується інженерна методика розрахунку усадки, при якій компоненти деформацій розраховуються за формулою [12]:

$$\varepsilon_{kl}^{(R)} = \varepsilon_{kl}^d + \varepsilon_{kl}^a, \quad (1)$$

де $\varepsilon_{kl}^d = \beta_{as} \varepsilon_{\infty}^d \delta_{kl}$ – частина усадки, яка обумовлена випаровуванням з нього вологи (при гідроізоляції залізобетонних конструкцій $\beta_{as} \rightarrow 0$); $\varepsilon_{kl}^a = \beta_{as} \varepsilon_{\infty}^a \delta_{kl}$ – частина, обумовлена процесами затвердіння; $\beta_{as} = \frac{(t-t_s)}{0.04 \sqrt{h_0^3 + (t-t_s)}}$ – функція розвитку усадки за часом [12]; ε_{∞}^d – граничне значення усадки, яка викликана випаровуванням вологи; t – вік бетону, t_s – вік бетону до моменту закінчення вологого зберігання; $h_0 = \frac{2A_c}{u}$ (тут A_c, u – площа і периметр перерізу елемента); $\beta_{as} = 1 - \exp(-0.2t^{0.5})$ – функція розвитку усадки за часом; ε_{∞}^a – граничне значення усадки, яка викликана процесами затвердіння.

Зв'язок між компонентами девіатора напружень в якій частині тіла s_{ij} з огляду на те, що відповідно до прийнятих гіпотез, напруги, на майданчиках, паралельних серединній поверхні малі в порівнянні з іншими напруженнями: ($i=1, 2$) і деформаціями повзучості c_{ij} ($i=1, 2$) з урахуванням пошкоджуваності матеріалу конкретизуємо рівняннями стану. У довільний момент часу деформації в бетоні можна описати залежністю виду [9]:

$$\varepsilon(\sigma, t) = \frac{\sigma(t)}{E(t)} (1 + C_0^*(t, \tau)), \quad (2)$$

де t – момент часу, в який визначається деформація; τ – момент часу, в який була додана навантаження; $C_0^*(t, \tau)$ – міра повзучості, яка є деформацією повзучості в момент часу t від дії одиничного напруги, прикладеного в момент часу τ . Міру повзучості можна визначити наступним співвідношенням:

$$C_0^*(t, \tau) = \xi \cdot \theta(\tau) \cdot (1 - e^{-\phi(t-\tau)}), \quad (3)$$

де $\xi = [1.3 - 0.79 \cdot e^{-0.404m_0}] \times [1.27 - 0.01334 \cdot (\Phi - 40)] \cdot [1 + 0.0482 \cdot e^{(T-20)}]^{-1}$ параметр, який описує умовний вік бетону (m_0 – частина конструкції (в%), яка контактує з повітрям (при гідроізоляції залізобетонних конструкцій $m_0 \rightarrow 0$), Φ – відносна вологість повітря, T – середня температура експлуатації); $\theta(\tau) = A_1/\tau + C_0$ – функція, що характеризує процес старіння бетону ($A_1 = 0.7 \text{ сут.}$, $C_0 = 0.5$ – постійні, які визначаються з експерименту [12]); $\phi [\text{сут}^{-1}]$ – коефіцієнт, що дозволяє в явному вигляді виділити час в рівняннях стану, і який для бетонів різних класів дорівнює: B10 - 2.423, B15 - 2.346, B20 - 2.323, B25 - 2.306, B30 - 2.302, B35 - 2.299, B40 - 2.297, B45 - 2.296, B50 - 2.295 [9].

Запропоновані тут функції побудовані з умови мінімізації кількості апроксимуючих констант, які визначаються з базових стандартних експериментів. Вирази (2–3) можна перетворити згідно інкрементальної теорії Качанова-Работнова з урахуванням накопиченої пошкодженості, що для одновісного напруженого стану буде виглядає:

$$c = B \frac{(\sigma)^n}{(1 - \omega)^k}; \quad \dot{\omega} = D \frac{(\sigma)^m}{(1 - \omega)^l}, \quad (4)$$

при $\omega(0) = 0$, $\omega(t^*) = \omega^*$, де $c(t)$ – незворотні деформації повзучості; $\omega(t)$ – скалярний параметр пошкодженості; ω^* значення параметра пошкодження в момент закінчення прихованого процесу накопичення пошкоджень t^* ; B, D, n, k, m, l – константи, що описують поведінку матеріалу при тривалому навантаженні, визначаються шляхом чисельного експерименту при обробці кривих повзучості, отриманих і співвідношень (2–3).

Масштабний фактор в залізобетонних конструкціях відіграє істотну роль, що не дозволяє обмежуватися модельними експериментами. Це обумовлює проведення натурних випробувань при верифікації запропонованої моделі. Проведено дослідження на

тривалі навантаження залізобетонної квадратної плити, розміром 6×6 м, товщиною 20 см, опертої на залізобетонні колони перетином 40×40 см по кутах. Плита виконана з армованого бетону марки B25. Отримані і зіставлені з експериментальними чисельні значення прогинів плити під дією власної ваги конструкції і розрахункового навантаження (сумарне навантаження $q=1 \text{ т/м}^2$).

Порівняння експериментальних і теоретичних значень проводиться протягом трьох місяців. Проведене порівняння чисельних і експериментальних даних і отримана при цьому задовільна ступінь відповідності (максимальні відмінності не перевершують 12 %) дозволяють стверджувати про цілком задовільний ступінь достовірності результатів [9].

Приклад розрахунку

Наведена модель і метод розрахунку використані для аналізу напруженого стану циліндричної панелі, яка є відкритою оболонкою, що деформується під дією власної ваги. Конструкція, товщиною h , прямокутна в плані (зі стороною в поздовжньому напрямку $\ell=10$ м і в поперечному $b=10$ м), виконана із залізобетону. У розрахунках варіювалася висота підйому f . На рисунку 1 наведена розглянута оболонка, з розбиттям на кінцеві елементи – 20 по довжині і 20 по колу. Розрахунки були проведені з використанням кінцевоелементної моделі, яка реалізована в програмі розрахунку оболонок на повзучість. Розглядалася оболонка стандартної товщини $h=50$ см (1/20 від розмірів в площині), виконана з армованого бетону B40. Механічні характеристики якого: модуль пружності $E=3.6 \cdot 10^4$ МПа, коефіцієнт Пуассона $\nu=0.16$, масова щільність $\rho=1.9 \cdot 10^3$ кг/м³.

Для такої панелі радіус кривизни в окружному напрямку дорівнює: $R = \frac{f}{2} + \frac{b^2}{8f}$, де f – стріла підйому, b – розмір в плані в поперечному напрямку. Що відповідає куту розкриття панелі, який визначається за формулою: $\alpha = 2 \arccos\left(1 - \frac{f}{R}\right)$.

Орієнтуючись на практичне застосування при проектуванні будівель і споруд, зручніше буде використання наведеної стріли підйому \hat{f} . Тобто, віднесеної до ширини покриття $\hat{f} = f/b$. У даній постановці розглянемо деформування розглянутої панелі при тривалій експлуатації протягом 100 років. Згідно з наведеною вище схемою підібрана форма циліндричної панелі, використовуючи критерій мінімуму інтенсивності напружень і, отже, і накопичення пошкодженості.

Значення констант усадки (1) [12] і повзучості (4) в рівняннях після обробки кривих повзучості [9] бетону B40 при середній температурі 20°C і гідроізоляції конструкції:

$$B=1.816 \cdot 10^{-12} (\text{МПа})^{-2N/N+1}/(\text{ч})^{2N+1};$$

$$D=1.992 \cdot 10^{-16} (\text{МПа})^{-2}/(\text{ч})^{2k}; \quad N=2.198; \quad m=1.489;$$

$$k=3.142; \quad l=2.096; \quad \varepsilon_{\infty}^a=0.00025.$$

Проведені розрахунки тривалого деформування свідчать про те, що панель з мінімальним рівнем накопичення пошкоджуваності можна вибрати виходячи з оцінки величини інтенсивності напружень в початковий момент часу. Так, мінімальна інтенсивність напружень буде при $\bar{f}=0.276$. Для такої оболонки приведена залежність величини максимальної інтенсивності напружень і максимальної величини параметра пошкоджуваності від часу (рис. 2).

Ці дані свідчать про досить помірний перерозподіл напружень протягом періоду експлуатації. Крім того, накопичена величина пошкоджуваності за розглянутий період експлуатації не перевершує величини 0.1. Це дозволяє припустити, що отримані розрахункові результати можуть з достатнім ступенем точності підтвердити відсутність ризику утворення тріщин в заданий період експлуатації.

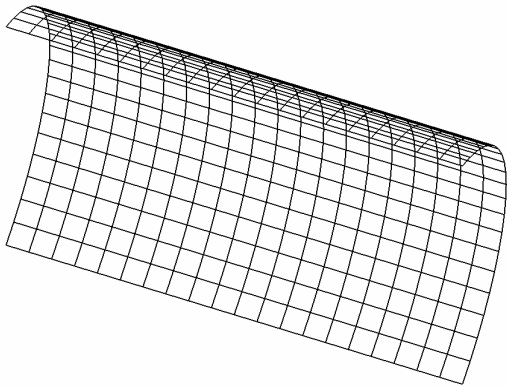


Рис. 1. SE модель циліндричної панелі

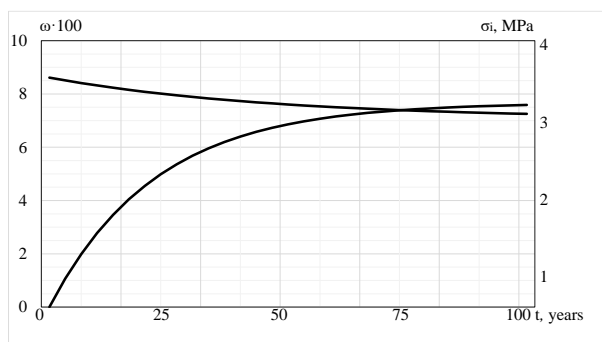


Рис. 2. Зміна в часі інтенсивності напружень і параметра пошкоджуваності

Висновки

У статті показано, що запропонована скінчено-елементна модель побудована на сучасних теоріях механіки деформування твердого тіла і дозволяє аналізувати напружено-деформований стан тонко-

стінних залізобетонних конструкцій. Рівняння стану відображають властивості матеріалу. Це дає можливість проводити достовірну оцінку міцності, жорсткості і довговічності тонкостінних залізобетонних конструкцій, а також обирати раціональний обрис залізобетонних елементів і розробляти рекомендації проектувальникам.

Література

1. Lemaitre J. *Mechanics of solid materials* // Lemaitre J., Chaboche J.-L. – Cambridge University Press, 2000. – 556 p.
2. Xinhua X. A damage model for concrete / Xinhua X., Xingguo Y. // *International Journal of Damage Mechanics*. – 2014. – Vol. 23(2). – Pp. 155–177. DOI: <https://doi.org/10.1177%2F1056789513487084>
3. Bari M.S. *Punching Shear Strength of Slab-Column Connections – A Comparative Study of Different Codes* // *Journal of the Institution of Engineers*. – 2000. – Vol. 80, No. 4. – P. 163–168.
4. Babut R. *Load capacity and deformability of structures subjected to bending made of concrete with dispersed steel Fibers (in Polish)* // *Mechanics of concrete-like composites*. – Ossolineum, Wroclaw, 1983. – Pp. 71–145.
5. Basista M. *On micromechanical modeling of deformation of compact rock in compression* // *Eng Transactions*. – 1993. – 41. – Pp. 395–417.
6. Breslavsky D. *Creep-damage behaviour of thin shells subjected to cyclic loading* / Breslavsky D., Chuprynin A., Tatarinova O. // *Proceeding of the third international conference “Nonlinear Dynamics”*. – Kharkiv : NTU “KhPI”, 2010. – Pp. 461–466.
7. Shpachuk V.P. *Investigation of stress-strain state of packet node connection in spatial vibration shakers* / Shpachuk V.P., Zasiadko M.A., Dudko V.V. // *Naukovyi Visnyk Natsionalnoho Hirnychoho Universytetu*. – 2018. – Vol. 3. – Pp. 74–79. DOI: <http://dx.doi.org/10.29202/nvngu/2018-3/12>
8. Берг О.Я. *Физические основы теории прочности бетона и железобетона* / О.Я. Берг. – М. : Госстройиздат, 1961. – 96 с.
9. Чупрынин А.А. *Ползучесть и долговечность железобетонных элементов конструкций* / А.А. Чупрынин, Н.В. Середа // *Коммунальное хозяйство міст. Серія: Технічні науки та архітектура*. – 2017. – Вип. 135. – С. 2–6.
10. Зенкевич О. *Метод конечных элементов в технике* / Пер. с англ. – М. : Мир, 1975. – 238 с.
11. Breslavsky D. *Software and numerical simulation of cyclic 2D creep-damage problems* / Breslavsky D., Chuprynin A., Korytko Yu., Tatarinova O. // *Proceeding of the second international conference “Nonlinear Dynamics”*. – Kharkiv : NTU “KhPI”, 2007. – Pp. 45–48.
12. Котов Д.С. *Деформации усадки бетона, модифицированного химическими и тонкодисперсными минеральными наполнителями* / Д.С. Котов // *Инженерно-строительный журнал*. – 2009. – № 7. – С. 11–21.

References

1. Lemaitre, J. & Chaboche, J.-L. (2000). *Mechanics of solid materials*. Cambridge University Press.
2. Xinhua, X. & Xingguo, Y. (2014). A damage model for concrete. *International Journal of Damage Mechanics*, 23(2), 155–177. DOI: <https://doi.org/10.1177%2F1056789513487084>

3. Bari, M.S. (2000). Punching Shear Strength of Slab-Column Connections – A Comparative Study of Different Codes. *Journal of the Institution of Engineers*, 80(4), 163–168.
4. Babut, R. (1983). Load capacity and deformability of structures subjected to bending made of concrete with dispersed steel Fibers (in Polish). *Mechanics of concrete-like composites*. Ossolineum, Wroclaw, 71–145.
5. Basista, M. (1993). On micromechanical modeling of deformation of compact rock in compression. *Eng Transactions*, 41, 395–417.
6. Breslavsky, D., Chuprynin, A., Tatarinova, O. (2010). Creep-damage behaviour of thin shells subjected to cyclic loading. *Proceeding of the third international conference "Nonlinear Dynamics"*. Kharkiv, NTU "KhPI", 461–466.
7. Shpachuk, V.P., Zasiadko, M.A., Dudko, V.V. (2018) Investigation of stress-strain state of packet node connection in spatial vibration shakers. *Naukovyi Visnyk Natsionalnoho Hirnychoho Universy, 3*, 74–79. DOI: <http://dx.doi.org/10.29202/nvngu/2018-3/12>
8. Berg, O.Y. (1961). *Physical foundations of the strength theory of concrete and reinforced concrete*. Moscow, Gosstroyizdat. [in Russian]
9. Chuprynin, A.A. & Sereda, N.V. (2017). The creep and durability of reinforced concrete structural elements. *Municipal economy of cities. Series: Engineering Science and architecture*, 135, 2–6. [in Russian]
10. Zenkevitch, O. (1975). *Finite element method in engineering*. Moscow, Mir. [in Russian]
11. Breslavsky, D., Chuprynin, A., Korytko, Yu., Tatarinova, O. (2007). Software and numerical simulation of cyclic 2D creep-damage problems. *Proceeding of the second international conference "Nonlinear Dynamics"*. Kharkiv, NTU "KhPI", 45–48.
12. Kotov, D.S. (2009). Shrinkage deformations of concrete modified with chemical and fine mineral fillers. *Civil engineering journal*, 7, 11–21. [in Russian]

Рецензент: д-р техн. наук, професор В.П. Шпачук, Харківський національний університет міського господарства імені О.М. Бекетова, Україна.

Автор: ЧУПРИНІН Олександр Олексійович
кандидат технічних наук, доцент
Харківський національний університет міського господарства імені О.М. Бекетова
E-mail – sasha.chupr@gmail.com
ID ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8757-559X>

Автор: СЕРЕДА Наталя Василівна
кандидат технічних наук, доцент
Харківський національний університет міського господарства імені О.М. Бекетова
E-mail – natalisereda3@gmail.com
ID ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9727-5531>

Автор: ГАРБУЗ Алла Олегівна
кандидат технічних наук, доцент
Харківський національний університет міського господарства імені О.М. Бекетова
E-mail – alla.garbuz92@gmail.com
ID ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3795-3142>

Автор: КУЗНЕЦОВ Олександр Миколайович
кандидат технічних наук, доцент
Харківський національний університет міського господарства імені О.М. Бекетова
E-mail – alex.kuznetsov2012@gmail.com
ID ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-7912-4265>

CREEP AND SHRINKAGE OF REINFORCED CONCRETE THIN-WALLED CYLINDRICAL PANELS

A. Chuprynin, N. Sereda, A. Garbuz, A. Kuznetsov

O.M. Beketov National University of Urban Economy in Kharkiv, Ukraine

One of the main tasks that is solved at the design stage of a reinforced concrete structure and its elements is the analysis of the stress-strain state, as well as the determination of the service life of the structure. The article is devoted to modeling the nonlinear creep of reinforced concrete structural elements taking into account damage and shrinkage of concrete. The high priority of the research topic is substantiated, the goals and objectives of the research are formulated. A combination of a plastic model with fracture mechanics is proposed to simulate the behavior of concrete in accordance with its characteristics, including not only stress and deformation, but also the change in its characteristics over time. The obtained equations of state correspond to the incremental creep law, taking into account the damage and shrinkage. The finite element method is used to solve a boundary value problem. For the purpose of numerical modeling of thin-walled structures, it is proposed to use special shell elements. The mathematical formulation of the problem of creep of reinforced concrete structural elements taking into account creep deformations and volumetric deformations of concrete shrinkage is presented. The problems of creep of thin-walled structural elements were solved using the developed proprietary software. Deformations of a reinforced concrete cylindrical panel are analyzed. Analysis of the results allows us to judge the effectiveness of the proposed model as a whole. The equation of state reflects the properties of the material and takes into account damage, allows you to reliably assess the strength, rigidity and durability of thin-walled reinforced concrete structures. Conclusions are presented regarding the adequacy of the analysis of the reliability and durability of reinforced concrete structures using the proposed model.

Keywords: creep, shrinkage, long strength, reinforced concrete structure, shells, finite element method.