

А.В. Русанов, Р.А. Русанов, М.О. Чугай, С.П. Третяк

Інститут енергетичних машин і систем ім. А. М. Підгорного НАН України, Харків, Україна

МОДИФІКОВАНІ КАЛОРИЧНІ РІВНЯННЯ СТАНУ НА ОСНОВІ ТЕРМІЧНОГО РІВНЯННЯ ТАММАННА

В роботі представлено новий варіант калоричних рівнянь стану на основі термічного рівняння Тамманна. Виконано апробацію модифікованого рівняння при розрахунках тривимірної течії для різних робочих тіл. Порівняння отриманих результатів показало, що модифіковане рівняння Тамманна забезпечує кращу збіжність з експериментом і результатами отриманими за допомогою складних рівнянь стану при менших обчислювальних витратах.

Ключові слова: рівняння стану, парова турбіна, чисельне моделювання, течії, термодинамічні властивості газу

Постановка проблеми

У роботі пропонується варіант модифікованих калоричних рівнянь стану на основі термічного рівняння Тамманна (модифіковані рівняння Тамманна), в яких питомі теплоємності залежать від температури. Така модифікація дозволяє більш точно описувати термодинамічні властивості робочих тіл й забезпечувати заданий ізентропійний перепад ентальпій. Обчислювальна газодинаміка продовжує набувати все більшого застосування в різних галузях науки й техніки, це розробка проточних частин енергетичних й технологічних установок різного призначення, авіація, транспорт, будівництво та інші [1, 2].

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Однією зі складових обчислювальної газодинаміки є методи опису термодинамічних властивостей робочих тіл [3]. Найбільш точно термодинамічні властивості описуються за допомогою складних рівнянь, таких як IAPWS-95 [4] (стан води й водяної пари), різні модифікації рівнянь Бенедикта-Вебба-Рубіна [5,6] та інших [7]. Ці рівняння зазвичай безпосередньо не використовуються у CFD кодах, оскільки у цьому разі астрономічний час обчислень збільшується майже на два порядки. Як правило застосовуються різного типу підходи інтерполяційного пошуку необхідних термодинамічних величин на основі заздалегідь розрахованим масивам даних [8, 9]. Ефективний метод інтерполяційно-аналітичної апроксимації складних рівнянь стану запропоновано авторами [10,

11]. У тім ці підходи є набагато більш витратними (у декілька разів) у порівнянні з використанням «простих» рівнянь стану, таких як рівняння стану досконалого газу, Тамманна та інших [12, 13]. При цьому, у багатьох випадках використання «простих» рівнянь, насамперед рівняння Тамманна [14, 15], за умови правильного підбору констант до нього, є виправданим [16]. В роботі [10] наведено один з можливих варіантів визначення локальних констант рівняння Тамманна, який забезпечує відносно непогану відповідність термодинамічних величин реальним властивостям робочих тіл у конкретних режимних діапазонах. В розглянутому випадку питомі теплоємності приймаються як постійні величини, що завжди приводить до похибки значень ізентропійного перепаду ентальпій у порівнянні з реальним процесом. Найбільші похибки спостерігаються для процесів з фазовими перетвореннями й/або при суттєвій зміні режимного діапазону [10].

Формулювання мети статті та постановка завдань

Ціллю роботи було розробка модифікованих калоричних рівнянь стану на основі термічного рівняння Тамманна (модифіковані рівняння Тамманна), в яких питомі теплоємності залежать від температури.

Для досягнення мети було поставлено і вирішено такі задачі:

– розробити новий варіант калоричних рівнянь стану на основі термічного рівняння стану Тамманна (модифіковане рівняння стану Тамманна);

– виконати апробацію модифікованого рівняння Тамманна при розрахунках 3D течії ЦНТ парової турбіни й ORC мікротурбін з робочими тілами HFE7100 й R227ea;
– провести порівняння отриманих результатів з експериментом і результатами отриманими за допомогою більш складних рівнянь стану таких як IAPWS-95 й mBWR32.

Опис методики (структури, послідовності) проведення дослідження

Модифіковане рівняння стану Тамманна. Методика визначення локальних констант рівняння стану.

Термічне рівняння стану Тамманна має вигляд:

$$P + p_0 = R\rho T. \quad (1)$$

Калоричні функції (ентальпія, ентропія, внутрішня енергія та інші) знаходяться за допомогою інтегрування диференційних рівнянь термодинаміки [17, 18] з використанням термічного рівняння стану. Вид основних диференційних рівнянь термодинаміки наступний:

$$\left(\frac{\partial f}{\partial \rho}\right)_T = \frac{p}{\rho^2}; \quad (2)$$

$$S = -\left(\frac{\partial f}{\partial T}\right)_\rho; \quad (3)$$

$$u = f - T\left(\frac{\partial f}{\partial T}\right)_\rho; \quad (4)$$

$$h = u + \frac{p}{\rho}; \quad (5)$$

$$\hat{c}_v = \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_\rho; \quad (6)$$

$$\hat{c}_p = \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_p; \quad (7)$$

$$\alpha^2 = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_S = \frac{T\left(\frac{\partial f}{\partial T}\right)_\rho - \hat{c}_v \rho^2 \left(\frac{\partial T}{\partial \rho}\right)_p}{\hat{c}_v \rho^2 \left(\frac{\partial T}{\partial \rho}\right)_p}. \quad (8)$$

Базовим у процесі визначення аналітичних залежностей калоричних функцій є рівняння (2). Співвідношення (2) допускає наявність у функції вільної енергії Гельмгольца довільного багаточлена від змінної T . Зазвичай з урахуванням (1) і (2) для рівняння Тамманна вид функції вільної енергії Гельмгольца приймається:

$$f = RT \ln \rho - c_v T \ln T + \frac{p_0}{\rho}. \quad (9)$$

Після визначення аналітичної залежності для рівняння енергії Гельмгольца, всі інші залежності (3-8) визначаються однозначно з точністю до константи:

$$S = c_v \ln T + c_v - R \ln \rho + S_0; \quad (10)$$

$$u = c_v T + \frac{p_0}{\rho} + u_0; \quad (11)$$

$$h = c_p T + u_0; \quad (12)$$

$$\hat{c}_v = c_v; \quad (13)$$

$$\hat{c}_p = c_p = c_v + R; \quad (14)$$

$$\alpha^2 = \frac{c_p}{c_v} RT. \quad (15)$$

Як зазначалось раніше, константи для рівнянь (1), (10-15) необхідно визначати як локальні величини, що забезпечують найкраще наближення значень термодинамічних функцій до реальних властивостей робочого тіла у діапазоні режимів роботи, що розглядаються. З власного досвіду авторами встановлено, що найбільш ефективним є визначення констант по відомим термодинамічним величинам у двох точках які знаходяться на ізоентропії й відповідають граничним умовам початку і кінця робочого процесу.

За таких умов, для визначення основних констант R, c_v й p_0 необхідно скористатись рівняннями (1) й (10). Оскільки функції ентропії, внутрішньої енергії й ентальпії є відносними і визначаються з точністю до констант, відповідні константи S_0, u_0 можна задавати довільними або у прив'язці до якоїсь точки.

Такий підхід не забезпечує повну відповідність реальному тепловому перепаду (різниця ізоентропійних ентальпій) між початком та кінцем робочого процесу відповідно до рівняння (12). Для забезпечення цього у рівнянні (12) необхідна присутність ще щонайменше однієї змінної. Досягти цього видається можливим за рахунок додання у рівняння енергії Гельмгольца (9) члена (членів) що залежать від температури.

Авторами було розглянуто багато варіантів додаткового члена у рівнянні енергії Гельмгольца, у тому числі в загальному вигляді:

$$f = RT \ln \rho - c_v T \ln T + \frac{p_0}{\rho} + c_v^t T^x. \quad (16)$$

Нажаль рівняння у вигляді (16) і багато інших варіантів не дали бажаного результату. Для конкретних прикладів реальних газодинамічних робочих процесів, розрахована констант c_v суттєво відрізнялись від тих, що були при використанні рівняння (9), чого не повинно бути. Крім того, незважаючи на те, що тиск, густина, температура, ізоентропійний перепад ентальпій повністю відповідали граничним умовам, в середині робочого діапазону термодинамічні величини могли набувати нефізичних значень. Так, наприклад, коефіцієнти теплоємності в деяких випадках приймали негативні значення.

В решті решт було знайдено та прийнято наступну форму рівняння енергії Гельмгольца:

$$f = RT \ln \rho - c_v T \ln(T + c_v^t T^2) + \frac{p_0}{\rho}. \quad (17)$$

Відповідно до рівняння (17) інші співвідношення приймають вигляд:

$$S = c_v \ln(T + c_v^t T^2) + c_v - R \ln \rho + c_v \frac{c_v^t T}{1 + c_v^t T} + S_0; \quad (18)$$

$$u = c_v T + c_v \frac{c_v^t T^2}{1 + c_v^t T} + \frac{p_0}{\rho} + u_0; \quad (19)$$

$$h = (c_v + R)T + c_v \frac{c_v^t T^2}{1 + c_v^t T} + u_0; \quad (20)$$

$$\hat{c}_v = c_v \left[1 + c_v^t T \frac{2 + c_v^t T}{(1 + c_v^t T)^2} \right]; \quad (21)$$

$$\hat{c}_p = \hat{c}_v + R; \quad (22)$$

$$a^2 = \frac{\hat{c}_p}{\hat{c}_v} RT = \gamma RT. \quad (23)$$

Для визначення констант модифіковано рівняння Таммана необхідно (1), (18), (20) в різницевій формі:

$$\Delta P = R \Delta[\rho T] \quad (24)$$

$$\Delta h = c_v \Delta[T] + R \Delta[T] + c_v c_v^t \Delta \left[\frac{T^2}{1 + c_v^t T} \right] \quad (25)$$

$$\Delta S = c_v \Delta[\ln T] - R \Delta[\ln \rho] + c_v \Delta[\ln(1 + c_v^t T)] + c_v c_v^t \Delta \left[\frac{T^2}{1 + c_v^t T} \right] \quad (26)$$

де $\Delta[X] = X_{in} - X_{izex}$, X_{in} – термодинамічна функція на початку процесу (на вході до проточної частини), до X_{izex} – ізоентропійна термодинамічна функція в кінці робочого процесу (на виході проточної частини).

Таким чином, по заданим граничним умовам з використанням рівнянь (1), (24 - 26) визначаються константи R, c_v, c_v^t й p_0 які забезпечують необхідний ізоентропійний тепловий перепад та фізичні значення термодинамічних величин у всьому діапазоні режимів роботи. Необхідно відзначити, що для визначення констант c_v, c_v^t , на відміну від R й p_0 , необхідно застосовувати ітераційний процес.

Результати апробації та обговорення

Апробація запропонованого підходу була виконана за тестами які вже використовувались авторами у роботі [10]. Всі отримані результати порівнювались з експериментальними даними, розрахунками з використанням інтерполяційно-аналітичного методу апроксимації складних рівнянь стану [10, 11], а також звичайного рівняння Таммана. Оскільки ці тести детально описані в роботі [10], в статті наведено тільки їх короткий опис та порівняння за деякими інтегральними характеристиками.

Циліндр низького тиску парової турбіни потужністю 360 МВт

Наведено результати розрахунків й співставлення з експериментальними даними проточної частини ЦНТ парової турбіни потужністю 360 МВт, експериментальне дослідження якої наведено у роботі [19], зовнішній вигляд проточної частини представлено на рис. 1.

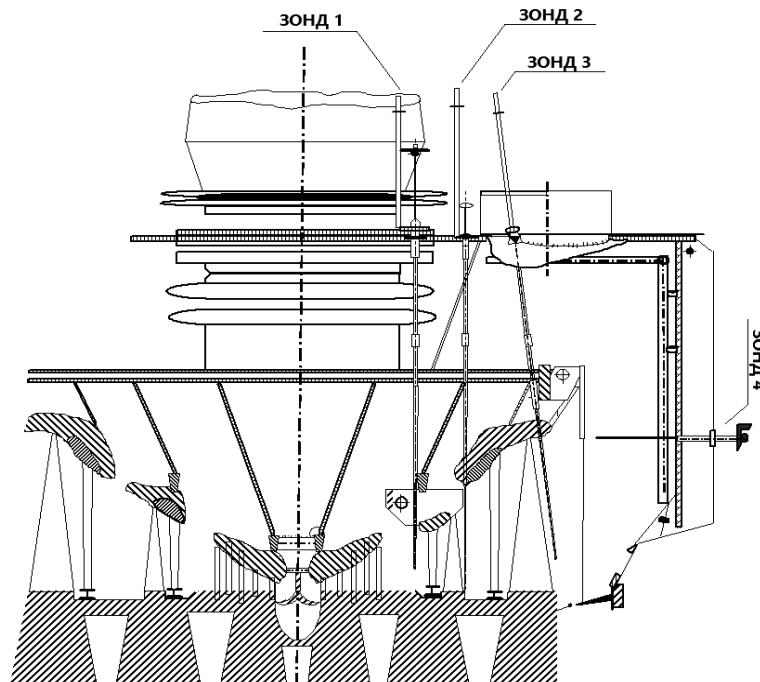


Рис. 1. Вигляд проточної частини ЦНТ парової турбіни 360 МВт [10]

Розрахунки проведено для трьох рівнянь стану: IAPWS95, Таммана та модифікованого рівняння

Таммана. Константи рівняння Таммана та модифікованого рівняння Таммана визначені по

значенням повних параметрів на вході й ізоентропійних параметрів на виході (таблиця 1). Наведені у таблиці 1 дані запозичені з роботи [10]. Значення цих констант, а також ізоентропійний

перепад ентальпій між входом та виходом отриманий за допомогою цих рівнянь наведено у таблиці 2. В таблиці 2 отримані нові результати порівнюються з даними, наведеними у роботі [10].

Таблиця 1

Граничні умови на вході/виході та ізоентропійні величини

P_{in}^* , кПа	T_{in}^* , К	ρ_{in}^* , кг/м ³	P_{ex} , кПа	T_{izex} , К	ρ_{izex} , кг/м ³	Δh_{iz} , кДж/кг
519	539	2,1199	8,3	315,209	0,064845	699,2

Таблиця 2

Константи рівняння стану Тамманна та ізоентропійний перепад ентальпій

Модель	c_v , Дж/(кг·К)	R, Дж/(кг·К)	p_0 , кПа	c_p^t , К ⁻¹	Δh_{izT} , кДж/кг
Тамманн	2955,2	455,1	1,002	-	763,845
Тамманн New	1334,6	455,1	1,002	0,04326	699,2

Видно, що константи R і p_0 , як і повинно бути, однакові для обох рівнянь. Константи c_v суттєво відрізняються, але при цьому, значення $\hat{c}_v$ знайдені за формулою (21) для температур T_{in}^* й T_{izex} , дорівнюють 2670,8 і 2666,8 відповідно, що набагато ближче до значення $\hat{c}_v$ для звичайного рівняння Тамманна. Крім того, перепад ізоентропійних ентальпій для звичайного рівняння Тамманна на

9,2 % більше реального (отриманого по рівнянню стану IAPWS95), у той час як для модифікованого рівняння, цей перепад дорівнює реальному.

У таблиці 3 наведено співставлення результатів розрахунків з експериментальними даними. В таблиці 3 отримані нові результати порівнюються з даними, наведеними у роботі [10].

Таблиця 3

Співставлення експериментальних і розрахункових тиску, температури, ентальпії і витрати на виході зі ступенів 3, 4 і 5

Параметри	Експеримент	Тамманн	IAPWS95	Тамманн New
Вхід				
P*, кПа	519			
T*, К	539			
H*, кДж/кг	2993,64			
Вихід з 3 ступеня				
P, кПа	79,9	78,85	79,92	79,04
ΔP, %		1,3	-0,03	1,1
T, К	371,2	429,4	366,71	410,04
ΔT, %		-15,7	1,21	-9,5
H, кДж/кг	2647	2647,2	2643,51	2641,9
Δh, %		-0,01	0,13	0,19
G, кг/с	107,9	103,8	107,63	105,2
ΔG, %		3,8	0,03	2,5
Вихід з 4 ступеня				
P, кПа	34,9	34,87	35,04	34,73
ΔP, %		0,09	-0,4	0,49
T, К	346,4	390,58	345,88	368,44
ΔT, %		-12,75	0,15	-6,4
H, кДж/кг	2531	2503,5	2525,14	2511,9
Δh, %		1,09	0,23	0,75
G, кг/с	100,9	97,6	101,11	98,02
ΔG, %		3,27	-0,21	2,85
Вихід з 5 ступеня				
P, кПа	8,3			
ΔP, %		0,0	0,0	0,0
T, К	314,8	334,63	315,38	320,14
ΔT, %		-6,3	-0,19	-1,7
H, кДж/кг	2350	2326,9	2353,27	2339,8
Δh, %		0,98	-0,14	0,43
G, кг/с	96	91,39	95,81	93,82
ΔG, %		4,81	0,2	2,27

Природньо, що найбільше співпадіння з експериментом мають результати отримані за допомогою рівняння стану IAPWS95. При цьому слід відзначити, що модифіковане рівняння стану Тамманна в цілому дає більш точні результати у порівнянні зі звичайним рівнянням Тамманна, а їх кількісні значення задовільно збігаються з експериментальними даними.

Радіальна ORC турбіна з робочим тілом HFE7100

Наведено результати дослідження мікротурбіни розробленої в Інституті проточних машин імені Р. Шевальського Польської академії наук у м. Гданськ (ІПМ ПАН). Ця турбіна є складовою частиною ORC енергоустановки з робочим тілом HFE7100. Детальний опис установки та результати експериментальних досліджень надані в роботах [20, 21], меридіональний розріз проточної частини представлено на рис. 2.

Чисельне дослідження турбіни й співставлення з результатами експерименту виконано для трьох режимів роботи, граничні умови для котрих (повні температура й тиск на вході, а також статичний тиск на виході) й частоти обертання наведені у таблиці 4. В таблиці 4 отримані нові результати порівнюються з даними, наведеними у роботі [10]. Розрахунки проведено для трьох рівнянь стану: mBWR32, Тамманна та модифікованого рівняння Тамманна.

Константи рівняння Тамманна та модифікованого рівняння Тамманна визначені по значенням повних параметрів на вході й ізентропійних параметрів на виході (таблиця 4). Значення цих констант, а також ізентропійний перепад ентальпій між входом та виходом отриманий за допомогою рівнянь Тамманна та модифікованого рівняння Тамманна наведені у таблицях 5 і 6 відповідно.

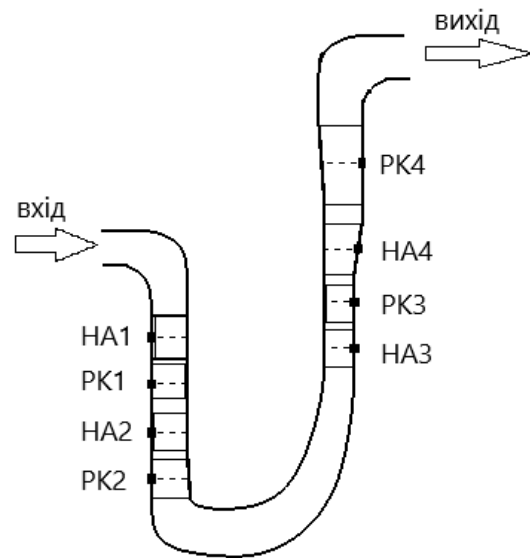


Рис. 2. Меридіональний переріз проточної частини мікротурбіни [10]

Таблиця 4

Режими роботи мікротурбіни ORC. Граничні умови на вході/виході та ізентропійні величини

№	Ω , об/хв	P_{in}^* , кПа	T_{in}^* , К	ρ_{in}^* , кг/м ³	P_{ex} , кПа	T_{izex} , К	ρ_{izex} , кг/м ³	Δh_{iz} , кДж/кг
1	18120	760,2	427	75,069	203,2	403,32	16,558	15,156
2	19620	786,8	416,1	85,728	192,7	390,06	16,335	15,276
3	19000	750	413,7	80,840	175	387,41	14,827	15,880

Таблиця 5

Константи рівняння стану Тамманна та ізентропійний перепад ентальпій

№	γ	R, Дж/(кг·К)	p_0 , кПа	Δh_{izT} , кДж/кг	$\frac{ \Delta h_{izT} - \Delta h_{iz} }{\Delta h_{iz}} 100\%$
1	1,038	21,96	-56,5988	14,285	5,7469
2	1,038	20,31	-63,3498	14,091	7,75727
3	1,039	20,77	-55,7636	14,620	7,93451

Видно, що максимальна різниця ізентропійного теплового перепаду отримана при розрахунку з допомогою рівняння Тамманна складає 8 % у порівнянні з реальним перепадом, отриманим у

програмі REFPROP [22]. У той же час ізентропійний тепловий перепад отриманий з використанням модифікованого рівняння Тамманна повністю співпадає з реальним.

Таблиця 6

Константи модифікованого рівняння стану Тамманна та ізоентропійний перепад ентальпій

№	γ	R, Дж/(кг·К)	p_0 , кПа	c_v^t , К-1	Δh_{izT} , кДж/кг
1	1,071	21,96	-56,5988	0,05148	15,156
2	1,072	20,31	-63,3498	0,05383	15,276
3	1,071	20,77	-55,7636	0,05391	15,880

У таблиці 7 подано співставлення розрахованих й експериментальних даних. В таблиці 7 отримані нові результати порівнюються з даними, наведеними у роботі [10]. В експерименті потужність та ККД вимірювались по значенням на клеммах генератора. Потужність й ККД турбіни визначені з врахуванням ККД генератора, середнє значення якого складає 85 %.

З наведених результатів видно, що найближчими до експериментальних даних є значення отримані за допомогою рівняння mBWR32. Модифіковане рівняння Тамманна забезпечує більш точне співпадіння з експериментом у порівнянні зі звичайним рівнянням Тамманна, а отримані результати є цілком задовільними.

Таблиця 7

Порівняння експериментальних і розрахункових витрат мікротурбіни, потужності та ККД для заданих режимів роботи

Режим роботи	Рівняння/експеримент	G, кг/с	N, кВт	η , %
1	Експеримент	0,1796	1,8188	66,82
	Тамманн	0,1955 (+8,86%)	1,9539 (+7,43%)	69,96 (+3,14%)
	Тамманн New	0,191 (+6,32%)	1,914 (+5,24%)	68,77 (+1,95%)
	mBWR32	0,1882 (+4,81%)	1,8604 (+2,29%)	65,21 (-1,61%)
2	Експеримент	0,189	2,0824	72,05
	Тамманн	0,2098 (+10,88%)	1,9461 (-6,54%)	65,84 (-6,21%)
	Тамманн New	0,2045 (+8,19%)	1,9956 (-4,17%)	66,65 (-5,40%)
	mBWR32	0,2014 (+6,45%)	2,0889 (+0,32%)	67,98 (-4,07%)
3	Експеримент	0,185	1,9353	65,88
	Тамманн	0,2031 (+9,8%)	2,0257 (+4,67%)	68,21 (+2,34%)
	Тамманн New	0,1987 (+7,38%)	2,004 (+3,55%)	67,49 (+1,61%)
	mBWR32	0,1913 (+3,41%)	1,9877 (+2,71%)	65,51 (-0,36%)

Осьова ORC турбіна с робочим тілом R227ea

Наведено результати дослідження осьової мікротурбіни розробленої в ІПМ ПАН й призначеної

для роботи в ORC установці на робочому тілі R227ea. Детальний опис цієї установки й експериментальних досліджень наведено в роботах [23, 24], зовнішній вигляд мікротурбіни представлено на рис. 3.

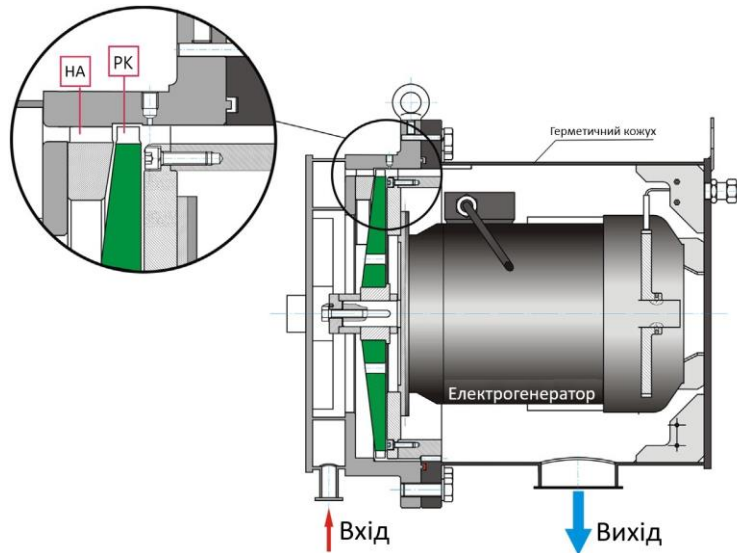


Рис. 3. Вигляд мікротурбіни ORC установки [10]

Чисельне дослідження турбіни й співставлення з результатами експерименту виконано для чотирьох режимів роботи, умови проведення котрих наведені у таблиці 8. Розрахунки, як і у попередньому випадку, проведені для трьох рівнянь стану: Тамманна, модифікованого рівняння стану Тамманна й mBWR32. Константи для рівнянь Тамманна та

модифікованого рівняння Тамманна розраховані по даним наведеним у таблиці 8 й подані в таблицях 9 і 10 відповідно. В таблиці 8 отримані нові результати порівнюються з даними, наведеними у роботі [10]. Наведені у таблиці 9 дані запозичені з роботи [10].

Таблиця 8

Режими роботи мікротурбіни ORC. Граничні умови на вході/виході та ізоентропійні величини

№	Ω , об/хв	P_{in}^* , кПа	T_{in}^* , К	ρ_{in}^* , кг/м ³	P_{ex} , кПа	T_{izex} , К	ρ_{izex} , кг/м ³	Δh_{iz} , кДж/кг
1	2847	820,8	322,4	64,957	320,8	299,292	24,127	12,28
2	3264	953,8	326,8	77,065	332,8	300,101	25,038	13,68
3	2895	831,8	321,4	66,576	315,8	297,449	23,918	12,56
4	3128	916,8	326	73,422	342,8	301,175	25,747	12,82

Таблиця 9

Константи рівняння стану Тамманна та ізоентропійний перепад ентальпій

№	γ	R, Дж/(кг·К)	P_0 , кПа	Δh_{izT} , кДж/кг	$\frac{ \Delta h_{izT} - \Delta h_{iz} }{\Delta h_{iz}} 100\%$
1	1,07497	36,465	-57,6169	12,055	1,832248
2	1,07571	35,1657	-68,6995	13,315	2,668129
3	1,0755	36,151	-58,736	12,303	2,046178
4	1,0755	35,497	-67,6815	12,531	2,25429

Таблиця 10

Константи модифікованого рівняння стану Тамманна та ізоентропійний перепад ентальпій

№	γ	R, Дж/(кг·К)	P_0 , кПа	c_v^t , К-1	Δh_{izT} , кДж/кг
1	1,14704	36,465	-57,6169	0,056448	12,28
2	1,14775	35,1657	-68,6995	0,056737	13,68
3	1,14729	36,151	-58,736	0,056518	12,56
4	1,14706	35,497	-67,6815	0,056845	12,82

Видно, що максимальна різниця ізоентропійного теплового перепаду отримана при розрахунку з допомогою рівняння Тамманна складає менше 3 % у порівнянні з реальним перепадом, отриманим за

програмою REFPROP [22]. Для модифікованого рівняння Тамманна ізоентропійні теплові перепади співпадають з реальними.

В таблиці 11 наведені співставлення розрахункових і експериментальних даних. В таблиці 11 отримані нові результати порівнюються з даними, наведеними у роботі [10]. В експерименті потужність і ККД вимірювались за значеннями виміряними на клеммах генератора. Потужність і ККД турбіни визначені з урахуванням ККД генератора, середнє значення якого дорівнює 91 %.

З наведених результатів видно, що на відміну від попередніх прикладів, нема явної переваги результатів, отриманих з використанням рівняння стану mBWR32. У цілому спостерігається задовільна збіжність розрахункових і експериментальних даних за всіма рівняннями стану.

Таблиця 11

Порівняння експериментальних і розрахункових витрат мікротурбіни, потужності та ККД для заданих режимів роботи

Режим роботи	Рівняння/експеримент	G, кг/с	N, кВт	η , %
1	Експеримент	1,111	8,451	61,94
	Тамманн	1,166 (+4,99%)	8,41 (-0,49%)	55,821 (-6,12%)
	Тамманн New	1,156 (+4,02%)	8,34 (-1,35%)	55,54 (-6,4%)
	mBWR32	1,142 (+2,79%)	8,264 (-2,21%)	55,059 (-6,88%)
2	Експеримент	1,154	8,67	59,819
	Тамманн	1,19 (+3,14%)	8,809 (+1,60%)	56,216 (-3,60%)
	Тамманн New	1,168 (+1,88%)	8,737 (+0,77%)	55,929 (-3,89%)
	mBWR32	1,161 (+0,62%)	8,637 (-0,38%)	55,432 (-4,39%)
3	Експеримент	1,311	10,022	59,63
	Тамманн	1,309 (-0,16%)	10,210 (+1,87%)	57,61 (-2,02%)
	Тамманн New	1,295 (-1,19%)	10,135 (+1,13%)	57,28 (-2,35%)
	mBWR32	1,275 (-2,77%)	10,034 (+0,12%)	56,912 (-2,72%)
4	Експеримент	1,334	10,846	59,434
	Тамманн	1,373 (+2,95%)	11,506 (+6,08%)	58,009 (-1,43%)
	Тамманн New	1,356 (+1,66%)	11,402 (+5,13%)	57,844 (-1,59%)
	mBWR32	1,330 (-0,28%)	11,348 (+4,63%)	57,637 (-1,80%)

На думку авторів, це пов'язано з відносно невеликими перепадами газодинамічних параметрів, у тому числі, ізоентропійних теплових перепадів у проточній частині, що розглядається. Так різниця ізоентропійних теплових перепадів між всіма варіантами рівнянь стану не перевищує 3 %. Таким чином, для малих ізоентропійних перепадів, навіть звичайне рівняння стану Тамманна задовільно описують термодинамічні властивості робочих тіл.

Висновки й перспективи подальшого розвитку у даному напрямі

Запропоновано новий варіант калоричних рівнянь стану на основі термічного рівняння стану Тамманна (модифіковане рівняння стану Тамманна). Модифіковане рівняння стану Тамманна, на відміну

від оригінального рівняння, дає можливість знайти такі локальні константи, які забезпечують повну відповідність термодинамічних (температура, густина, тиск) й калоричних (ентальпія, ентропія, внутрішня енергія) величин значенням реального тіла на ізоентропі на початку і кінці газодинамічного процесу. Така відповідність результатів досягається завдяки введенню додаткового члена функції температури у рівняння енергії Гельмгольца.

Виконано апробацію модифікованого рівняння Тамманна при розрахунках 3D течії ЦНТ парової турбіни й ORC мікротурбін з робочими тілами HFE7100 й R227ea. Порівняння отриманих результатів показало, що модифіковане рівняння Тамманна забезпечує набагато кращу збіжність з експериментом і результатами отриманими за допомогою більш складних рівнянь стану таких як

IAPWS-95 й mBWR32. При цьому обчислювальні витрати при розрахунках з модифікованим рівнянням Тамманна майже такі самі як і зі звичайним рівнянням Тамманна, але у декілька разів менші у порівнянні зі складними рівняннями стану IAPWS-95 й mBWR32.

Якщо ізоентропійний тепловий перепад у газодинамічному процесі, що моделюється відносно невеликий, розрахунки зі всіма розглянутими рівняннями стану забезпечують задовільні результати.

Подяка

Автори висловлюють вдячність Національній академії наук за фінансову підтримку досліджень у рамках програми «Наукові і науково-технічні (експериментальні) роботи за пріоритетним напрямом «Технології тепло-, електро- та атомної енергетики для забезпечення енергетичної безпеки України» на 2023-2024 рр.

Література

1. Sardjono, J.A. Flow investigation of cross-flow turbine using CFD method / J.A.Sardjono, S. Darmawan, H. Tanujaya // In IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. – 2020. – Vol. 1007. – P. 012035. – DOI: 10.1088/1757-899X/1007/1/012035.
2. Rusanov, A. The influence of stator-rotor interspace overlap of meridional contours on the efficiency of high-pressure steam turbine stages / A. Rusanov, R. Rusanov // Archives of Thermodynamics. – 2021. – Vol. 42 (1). – P. 97-114. – DOI: 10.24425/ather.2021.136949.
3. Asano, Y. Modified Benedict–Webb–Rubin Equation of State for the Modified Lennard–Jones Fluid. / Y. Asano, K. Fuchizaki // J. Phys. Soc. Jpn. – 2014. – Vol. 83. – 034601. – DOI: 10.7566/JPSJ.83.034601.
4. IAPWS. Revised Release on the IAPWS Formulation 1995 for the Thermodynamic Properties of Ordinary Water Substance for General and Scientific Use, September 2018 [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <https://iapws.org/relguide/IAPWS-95.html>
5. Benedict, M. An Empirical Equation for Thermodynamic Properties of Light Hydrocarbons and Their Mixtures: I. Methane, Ethane, Propane, and n-Butane / M. Benedict, G.B. Webb, L.C. Rubin // Journal of Chemical Physics. – 1940. – Vol. 8 (4). – P. 334–345. – DOI: 10.1063/1.1750658.
6. You, C. Benedict–Webb–Rubin–Starling Equation of State + Hydrate Thermodynamic Theories: An Enhanced Prediction Method for CO₂ Solubility and CO₂ Hydrate Phase Equilibrium in Pure Water/NaCl Aqueous Solution System/ C. You, Z. Chen, X. Li [ma in.] // Energies. – 2024. – Vol. 17 (10). – P. 2356. – DOI: 10.3390/en17102356.
7. Ye, G. M-BWR model of accumulator considering delay time / G. Ye, Y. Yang, Y. Wang [ma in.] // Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering. – 2024. – Vol. 238 (13). – P. 3932–3940. – DOI: 10.1177/09544070231196356.
8. ANSYS Fluent Theory Guide. – Canonsburg, PA: ANSYS, Inc., 2019. – 988 p.
9. Rusanov, A. V. Modelling 3D steam turbine flow using thermodynamic properties of steam IAPWS–95 / A. V. Rusanov, P. Lampart, N. V. Pashchenko, R. A. Rusanov, // Polish Maritime Research, 2016. – Vol. 23 (1). – P. 61–67. – DOI: 10.1515/pomr-2016-0009.
10. Rusanov, A. Development and Experimental validation of real fluid models for CFD calculation of ORC and steam turbine flows / A. Rusanov, R. Rusanov, P. Klonowicz, P. Lampart, G. Żywica, A. Borsukiewicz // Materials. – 2021. – Vol. 14 (22). – P. 6879. – DOI: 10.3390/ma14226879.
11. Rusanov, R. Development of the 500 kW and 1 MW ORC turbine flow parts. Journal of Mechanical Engineering / R. Rusanov, M. Szymaniak, A. Rusanov, P. Lampart // Problemy Mashynobuduvannia. – 2017. – Vol. 20(3). – P. 12–19. – DOI:10.15407/pmach2017.03.012.
12. Li, X. A hybrid analytical model for thermodynamic calculations of supercritical carbon dioxide centrifugal compressors / X. Li, C. Xu, Y. Zhao, M. Zhao, Z. Liu // Journal of Thermal Science and Technology. – 2024. – Vol. 19 (2). – P. 24-00212. – DOI:10.1299/jtst.24-00212.
13. Barrios-Molano, H.E. Comprehensive Enthalpy-Based Phase Behavior for EOS-Based Compositional Thermal Simulation Proceedings / H.E. Barrios-Molano, K. Sepehrnoori // SPE Symposium on Improved Oil Recovery. – 2024. – DOI:10.2118/218209-MS.
14. Dykas, S. Numerical modelling of steam condensing flow in low and high-pressure nozzles / S. Dykas, W. Wróblewski // Int. J. Heat Mass Transfer. – 2012. – Vol. 55 (21–22). – P. 6191–6199. – DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2012.06.041.
15. Rusanov, A. (). Advanced Computer Technologies in the New Flow Part Development for Reactive Type HPC Steam Turbine of T-100 Series/ Rusanov, A., Chugay, M., Rusanov, R. // Lecture Notes in Mechanical Engineering, 2023. – P. 55–63. – DOI: 10.1007/978-3-031-18487-1_6.
16. Rządowski, R. Design and investigation of a partial admission radial 2.5-кВm organic Rankine cycle micro-turbine / R. Rządowski, G. Żywica, T.Z. Kaczmarczyk [ma in.] // International Journal of Energy Research. – 2020. – Vol. 44 (14). – P. 11029–11043. – DOI: 10.1002/er.5670
17. Gedde, U.W. (2020). Essential Classical Thermodynamics. Springer, Cham. 105. – DOI: 10.1007/978-3-030-38285-8_3. ISBN978-3-030-38284-1
18. Feidt, Michel. Thermodynamics of Energy Systems and Processes: A Review and Perspectives // Journal of Applied Fluid Mechanics. 2012. – Vol. 5 (2). – P. 85-98. – DOI: 10.36884/jafm.5.02.12171.
19. Marcinkowski, S. Results of Extended Flow Measurements in the LP Part of 18K370 Steam Turbine in the Belchatow Power Station // Rep. Institute of Fluid Flow Machinery. – Gdansk, Poland. – 1998. – № 292/98.
20. Kaczmarczyk, T. Z. The Experimental investigation of the biomass-fired ORC system with a radial microturbine/ T. Z. Kaczmarczyk, G. Żywica, E. Ihnatowicz // Applied Mechanics and Materials. – 2016. – Vol. 831. – P. 235–244. – DOI: 10.4028/www.scientific.net/AMM.831.235.
21. Kaczmarczyk, T. Z. The impact of changes in the geometry of a radial microturbine stage on the efficiency of the micro CHP plant based on ORC / T. Z. Kaczmarczyk, G. Żywica, E. Ihnatowicz // Energy. – 2017. – Vol. 137. – P. 530–543. – DOI: 10.1016/j.energy.2017.05.166.

22. REFPROP. National Institute of Standards and Technology, Standard Reference Database [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <https://www.nist.gov/srd/refprop>.
 23. Klonowicz, P. Design and performance measurements of an organic vapor turbine / P. Klonowicz, A. Borsukiewicz-Gozdur, P. Hanausek, W. Krylowicz, D. Brüggemann // *Applied Thermal Engineering*. – 2014. – Vol. 63. – P. 297-303. – DOI: 10.1016/j.applthermaleng.2013.11.018.
 24. Borsukiewicz-Gozdur, A. Experimental investigation of R227ea applied as working fluid in the ORC power plant with hermetic turbogenerator / A. Borsukiewicz-Gozdur // *Applied Thermal Engineering*. 2013. – Vol. 56. – P. 126-133. – DOI: 10.1016/j.applthermaleng.2013.03.039.

References

- Sardjono, J.A., Darmawan, S., & Tanujaya, H. (2020). Flow investigation of cross-flow turbine using CFD method. In IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, 1007, 012035. DOI: 10.1088/1757-899X/1007/1/012035.
- Rusanov, A., & Rusanov, R. (2021). The influence of stator-rotor interspace overlap of meridional contours on the efficiency of high-pressure steam turbine stages. *Archives of Thermodynamics*, 42 (1), 97-114. DOI: 10.24425/ather.2021.136949.
- Asano, Y., & Fuchizaki, K. (2014). Modified Benedict–Webb–Rubin Equation of State for the Modified Lennard–Jones Fluid. *J. Phys. Soc. Jpn.*, 83, 034601. DOI: 10.7566/JPSJ.83.034601.
- IAPWS, (2018). Revised Release on the IAPWS Formulation 1995 for the Thermodynamic Properties of Ordinary Water Substance for General and Scientific Use, September 2018. Available at <https://iapws.org/relguide/IAPWS-95.html>
- Benedict, M., Webb, G.B., & Rubin, L.C. (1940). An Empirical Equation for Thermodynamic Properties of Light Hydrocarbons and Their Mixtures: I. Methane, Ethane, Propane, and n-Butane. *Journal of Chemical Physics*, 8 (4), 334–345. <https://doi.org/10.1063/1.1750658>.
- You, C., Chen, Z., Li, X., Zhao, Q., Feng, Y., & Wang, C. (2024). Benedict–Webb–Rubin–Starling Equation of State + Hydrate Thermodynamic Theories: An Enhanced Prediction Method for CO₂ Solubility and CO₂ Hydrate Phase Equilibrium in Pure Water/NaCl Aqueous Solution System. *Energies*, 17 (10), 2356. DOI: 10.3390/en17102356.
- Ye G., Yang Y., Wang Y., Hu Z., Du H., & Wei X. M-BWR model of accumulator considering delay time (2024) *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D. Journal of Automobile Engineering*, 238 (13), 3932 - 3940. DOI: 10.1177/09544070231196356.
- ANSYS Fluent Theory Guide. (2019). Canonsburg, PA: ANSYS, Inc., 988.
- Rusanov, A. V., Lampart, P., Pashchenko, N. V., Rusanov, R. A., (2016). Modelling 3D steam turbine flow using thermodynamic properties of steam IAPWS–95. *Polish Maritime Research*, 23 (1), 61–67. DOI: 10.1515/pomr-2016-0009.
- Rusanov, A., Rusanov, R., Klonowicz, P., Lampart, P., Żywica, G., Borsukiewicz, A. (2021). Development and Experimental validation of real fluid models for CFD calculation of ORC and steam turbine flows. *Materials*, 14 (22), 6879. DOI: 10.3390/ma14226879.
- Rusanov, R., Szymaniak, M., Rusanov, A., Lampart, P. (2017). Development of the 500 kW and 1 MW ORC turbine flow parts. *Journal of Mechanical Engineering. Problemy Mashynobuduvannia*, 20(3), 12–19. DOI: 10.15407/pmach2017.03.012.
- Li, X., Xu, C., Zhao, Y., Zhao, M., Liu, Z. (2024). A hybrid analytical model for thermodynamic calculations of supercritical carbon dioxide centrifugal compressors. *Journal of Thermal Science and Technology*, 19 (2), 24-00212. DOI: 10.1299/jtst.24-00212.
- Barrios-Molano, H.E., Sepehrnoori, K. (2024). Comprehensive Enthalpy-Based Phase Behavior for EOS-Based Compositional Thermal Simulation Proceedings. *SPE Symposium on Improved Oil Recovery*. DOI: 10.2118/218209-MS.
- Dykas, S., Wróblewski, W. (2012). Numerical modelling of steam condensing flow in low and high-pressure nozzles. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 55 (21–22), 6191–6199. DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2012.06.041.
- Rusanov, A., Chugay, M., Rusanov, R. (2023). Advanced Computer Technologies in the New Flow Part Development for Reactive Type HPC Steam Turbine of T-100 Series. *Lecture Notes in Mechanical Engineering*, 55 – 63. DOI: 10.1007/978-3-031-18487-1_6.
- Rzadkowski, R., Żywica, G., Kaczmarczyk, T.Z., Koprowski, A., Dominiczak, K., Szczepanik, R., Kowalski, M. (2020). Design and investigation of a partial admission radial 2.5-κBm organic Rankine cycle micro-turbine. *International Journal of Energy Research*, 44 (14), 11029 - 11043, DOI:10.1002/er.5670.
- Gedde, U.W. (2020). *Essential Classical Thermodynamics*. Springer, Cham. 105. DOI: 10.1007/978-3-030-38285-8_3. ISBN978-3-030-38284-1.
- Feidt, Michel. (2012). *Thermodynamics of Energy Systems and Processes: A Review and Perspectives*. *Journal of Applied Fluid Mechanics*. 5 (2), 85-98 DOI: 10.36884/jafm.5.02.12171.
- Marcinkowski, S. (1998). Results of Extended Flow Measurements in the LP Part of 18K370 Steam Turbine in the Belchatow Power Station. *Rep. Institute of Fluid Flow Machinery*, 292/98.
- Kaczmarczyk, T. Z., Żywica, G., Ihnatowicz, E. (2016). The Experimental investigation of the biomass-fired ORC system with a radial microturbine. *Applied Mechanics and Materials*, 831, 235–244. DOI: 10.4028/www.scientific.net/AMM.831.235
- Kaczmarczyk, T. Z., Żywica, G., Ihnatowicz, E. (2017). The impact of changes in the geometry of a radial microturbine stage on the efficiency of the micro CHP plant based on ORC, *Energy*, 137, 530–543. DOI: 10.1016/j.energy.2017.05.166.
- REFPROP, National Institute of Standards and Technology, Standard Reference Database. URL: <https://www.nist.gov/srd/refprop>.
- Klonowicz, P., Borsukiewicz-Gozdur, A., Hanausek P., Krylowicz, W., Brüggemann, D. (2014). Design and performance measurements of an organic vapor turbine. *Applied Thermal Engineering*, 63, 297-303. DOI: 10.1016/j.applthermaleng.2013.11.018.
- Borsukiewicz-Gozdur, A. (2013). Experimental investigation of R227ea applied as working fluid in the ORC power plant with hermetic turbogenerator. *Applied Thermal Engineering*. 56, 126-133. DOI: 10.1016/j.applthermaleng.2013.03.039.

Рецензент: д-р техн. наук, ст. наук. співроб., вчений секретар Угримов С.В., Інститут енергетичних машин та систем ім. А.М. Підгорного НАН України

Автор: РУСАНОВ Андрій Вікторович
академік НАН України, доктор технічних наук, проф. Інституту енергетичних машин та систем ім. А.М. Підгорного НАН України
E-mail – rusanov@ipmach.kharkov.ua
ID ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9957-8974>

Автор: РУСАНОВ Роман Андрійович
доктор філософії (PhD), ст. наук. співроб., ст. досл. Інституту енергетичних машин та систем ім. А.М. Підгорного НАН України

E-mail – roman_rusanov@ipmach.kharkov.ua
ID ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-2930-2574>

Автор: ЧУГАЙ Марина Олександрівна
канд. техн. наук, ст. наук. співроб., ст. наук. співроб. Інституту енергетичних машин та систем ім. А.М. Підгорного НАН України
E-mail – chugay.marina@gmail.com
ID ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0696-4527>

Автор: ТРЕТЯК Сергій Павлович
Аспірант Інституту енергетичних машин та систем ім. А.М. Підгорного НАН України
E-mail – tretiaksp@ukr.net
ID ORCID: <https://orcid.org/0009-0008-1265-4227>

MODIFIED CALORIC EQUATIONS OF STATE BASED ON THE THERMAL TAMMANN EQUATION

A.V. Rusanov, R.A. Rusanov, M.O. Chugay, S.P. Tretiak

Anatolii Pidhornyi Institute of Power Machines and Systems of the National Academy of Sciences of Ukraine

A new version of the caloric equations of state based on the thermal Tammann equation of state (modified Tammann equation of state), in which the specific heat capacities depend on temperature, has been developed. The modified equation of state was developed using the improved Helmholtz energy equation. The modified Tammann equation of state, unlike the original equation, makes it possible to find such local constants that ensure full compliance of thermodynamic (temperature, density, pressure) and caloric (enthalpy, entropy, internal energy) values with the values of a real media at isentropy at the beginning and end of a gas-dynamic process. This correspondence is achieved by introducing an additional term of the temperature function into the Helmholtz energy equation.

The modified Tammann equation was tested in the calculation of the 3D flow of a low-pressure steam turbine and ORC microturbines with HFE7100 and R227ea low-boiling working medias. Comparison of the obtained results showed that the modified Tammann equation provides much better agreement with the Experimental and the results obtained using more complex equations of state such as IAPWS-95 and mBWR32. If the isentropic thermal drop in the gas-dynamic process will be relatively small, calculations with all the considered equations of state provide satisfactory results. This ensured that the difference in isentropic thermal drop between all variants of the equations of state did not exceed 3%. At the same time, the computational cost of calculations with the modified Tammann equation is almost the same as with the conventional Tammann equation, but several times less compared to the complex equations of state IAPWS-95 and mBWR32. The developed variant of the caloric equations of state based on the thermal equation of state of Tammann makes it possible to describe more accurately the thermodynamic properties of working medias and provide a given isentropic enthalpy drop. That's why it is advisable to use such approach when developing or modernizing the turbine flow parts.

Keywords: equation of state, steam turbine, numerical modeling, flows, thermodynamic properties of gas.